

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)

УДК 530.1, 621.74

DOI: 10.18503/1995-2732-2026-24-1-40-47



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА КРЕМНИЯ ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ РАСПЛАВА ЭВТЕКТИЧЕСКОГО СИЛУМИНА В НЕОДНОРОДНОМ ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Дубский Г.А., Мишенева Н.И., Долгушин Д.М., Нефедьев А.А., Мавринский В.В.

Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия

Аннотация. В статье описана реализованная на практике физическая задача, связанная с кристаллизацией расплава эвтектического силумина (АК12М2Мг) в переменном неоднородном магнитном поле, генерируемом соленоидальным коротким индуктором. Экспериментально установлено, что при действии на кристаллизующийся расплав любого вида магнитных полей последние изменяют термодинамические и кинетические параметры, описывающие процесс зародышеобразования и их рост при кристаллизации. Результаты исследований показали, что неоднородные магнитные поля существенно диспергируют кремний по объему закристаллизованного слитка. Важную роль в этом играют процессы диффузии и конвекции в кристаллизующемся расплаве эвтектического силумина. Для более глубокого понимания механизмов развития процессов диффузии и конвекции кристаллизующегося расплава эвтектического силумина в переменном неоднородном магнитном поле разработана комплексная математическая модель, которая включает в себя уравнения диффузии, учитывающие концентрационные, термические и полевые потоки избыточного кремния, а также уравнения теплопроводности, уравнения магнитной гидродинамики и электромагнитные уравнения Максвелла. Представлено решение одного уравнения диффузии из системы диффузионных уравнений, обусловленного избыточным кремнием на границе кристалл-расплав. Данное решение позволило рассчитать скорость роста пластин кремния и их толщину.

Ключевые слова: силумин, диффузия, неоднородное переменное магнитное поле, кремний, математическая модель, диффузионные потоки кремния, микроструктура

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 24-22-20013, <https://rscf.ru/project/24-22-20013/>.

© Дубский Г.А., Мишенева Н.И., Долгушин Д.М., Нефедьев А.А., Мавринский В.В., 2026

Для цитирования

Математическое моделирование процессов теплопереноса кремния при кристаллизации расплава эвтектического силумина в неоднородном переменном магнитном поле / Дубский Г.А., Мишенева Н.И., Долгушин Д.М., Нефедьев А.А., Мавринский В.В. // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2026. Т. 24. №1. С. 40-47. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-1-40-47>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

MATHEMATICAL MODELING OF SILICON HEAT AND MASS TRANSFER PROCESSES DURING CRYSTALLIZATION OF EUTECTIC SILUMIN MELT IN A NON-UNIFORM ALTERNATING MAGNETIC FIELD

Dubsky G.A., Misheneva N.I., Dolgushin D.M., Nefediev A.A., Mavrinsky V.V.

Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk city, Russia

Abstract. The paper describes a practically implemented physical problem related to the crystallization of a eutectic silumin melt (AK12M2Mg) in a non-uniform alternating magnetic field generated by a short solenoidal inductor. Experimental results demonstrate that the application of magnetic fields of various types to a crystallizing melt alters the thermodynamic and kinetic parameters governing nucleation and the growth of nuclei during crystallization. The research results have demonstrated that non-uniform magnetic fields significantly disperse silicon throughout the volume of the solidified ingot. Diffusion and convection processes occurring in the crystallizing eutectic silumin melt play a crucial role in this effect. For a deeper understanding of the mechanisms governing diffusion and convection in the crystallizing eutectic silumin melt under a non-uniform alternating magnetic field, a comprehensive mathematical model has been developed. This model includes diffusion equations accounting for concentration, thermal, and field-driven fluxes of excess silicon, as well as heat conduction equations, magnetohydrodynamic equations, and Maxwell's electromagnetic equations. A solution to one of the diffusion equations from the system of diffusion equations, associated with excess silicon at the crystal-melt interface, is presented. This solution has made it possible to calculate the growth rate and thickness of silicon plates.

Keywords: silumin, diffusion, non-uniform alternating magnetic field, silicon, mathematical model, silicon diffusion fluxes, microstructure

The study was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation grant No. 24-22-20013, <https://rscf.ru/project/24-22-20013/>.

For citation

Dubsky G.A., Misheneva N.I., Dolgushin D.M., Nefediev A.A., Mavrinsky V.V. Mathematical Modeling of Silicon Heat and Mass Transfer Processes During Crystallization of Eutectic Silumin Melt in a Non-Uniform Alternating Magnetic Field. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2026, vol. 24, no. 1, pp. 40-47. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2026-24-1-40-47>

Введение

Традиционные способы литья заготовок и изделий в различные формы чаще всего не дают возможности получать отливки с заданной микроструктурой и требуемым объемным распределением примесей и легирующих добавок, что снижает качество получаемых изделий.

В настоящее время в литейном производстве для получения литых заготовок и изделий с заданными технологическими свойствами используют различные способы внешнего силового воздействия на кристаллизующийся в кристаллизаторах расплав металла или сплава. Чаще всего для этой цели используют физические поля, посредством которых воздействуют на кристаллизующийся расплав, не меняя его химический состав. Наибольшее распространение получили различного вида магнитные поля: постоянные; постоянные неоднородные; импульсные и непрерывные синусоидальные.

Результат воздействия этих полей на кристаллизующийся расплав различен. Так, все виды магнитных полей изменяют энергетическое состояние расплава, которое характеризуется термодинамическим

потенциалом Гиббса, величина которого при наличии магнитного поля возрастает при всех температурах расплава [1-3]. Это связано с тем, что энтропия расплава в магнитном поле понижается за счет парамагнетизма Паули, а внутренняя энергия возрастает.

Данное изменение потенциала сдвигает температуру фазового равновесия (S→L) в сторону её увеличения. В связи с чем возрастает температура переохлаждения, связанная с размером критического зародыша, скоростью возникновения центров кристаллизации и их линейной скоростью. Таким образом, с помощью воздействия магнитных полей на кристаллизующийся расплав можно управлять процессами кинетики и термодинамики формирования зёрненной структуры кристаллизующегося слитка. Проведенные исследования в этом направлении описаны в работах [4, 5] и других исследованиях [6, 7]. Совершенно очевидно, что управление термодинамикой и кинетикой на начальном этапе процесса кристаллизации расплава не является достаточным условием формирования технологического слитка, так как возникшие центры кристаллизации должны расти, а для этого необходимо организовать приток дополнительных атомов к

ним из расплава, что осуществляется за счет диффузии или конвективного переноса.

Конечно, возможны и бездиффузионные процессы кристаллизации, но данная статья не о них.

Как показывает практика литья заготовок, диффузионными потоками и конвекцией в кристаллизующемся расплаве можно управлять с помощью скорости его охлаждения. Но при традиционном способе литья в заданную форму скорость охлаждения расплава определяется теплофизическими свойствами формы и практически остается постоянной [8]. В этих условиях влиять на диффузионные и конвективные потоки можно посредством различных по виду магнитных полей, воздействующих на кристаллизующийся расплав.

Так, при использовании импульсных и синусоидальных магнитных полей реализуется индукционный метод возбуждения пондеромоторных магнитных сил, посредством которых возможно заставить определенные объемы жидкого металла двигаться в нужном направлении, то есть осуществить перемещение кристаллизующегося расплава сплава, а также изменить его диффузионные параметры.

Объектом нашего исследования являлся эвтектический силумин АК12М2Мг, кристаллизующийся расплав которого подвергался воздействию различных по виду магнитных полей:

- постоянного неоднородного;
- импульсного;
- переменного (синусоидального).

Как показала практика проведения исследований по выявлению влияния различных по природе магнитных полей на физико-механические свойства указанного силумина, не всегда удается реализовать необходимые экспериментальные методы, позволяющие непосредственно наблюдать модифицирующее действие магнитных полей на интересующие нас свойства [9].

Эти ограничения, как правило, связаны с ограниченными финансовыми возможностями, а также материальными и временными ограничениями. Обнадеживающим методом исследования является метод математического моделирования исследуемого процесса - процесса кристаллизации расплава эвтектического силумина в переменном неоднородном магнитном поле.

Цель данной работы – для теоретического описания диспергирования кремния в кристаллизующемся расплаве силумина в магнитном поле построить математическую модель тепло- и массопереноса, способную связать процесс диспергирования с параметрами действующего переменного неоднородного магнитного поля.

Реализация данной математической модели позволит:

- получить количественные характеристики указанных явлений и процессов, а также рассчитать ход реального процесса;
- выявить скрытые закономерности и предсказать новые эффекты;

– изучить сложные объекты или процессы, над которыми невозможно проведение эксперимента;

– сократить время изучения реального объекта и сроки проектирования нового объекта, снизить материальные затраты.

Стадии и механизмы кристаллизации эвтектического силумина

В эвтектическом силумине кристаллизация фаз происходит в несколько стадий:

1. Выделение первичного кремния. За счёт разности температуры кристаллизации алюминия и кремния кристаллизация кремния начинается первой.

2. Образование зон жидкости алюминия, сильно обеднённых кремнием, вокруг кристаллов первичного кремния. Это создаёт условия для зарождения псевдоперечных зёрен дендритов альфа-твёрдого раствора.

3. Кристаллизация эвтектики. На этой стадии обычно происходит формирование механического раствора алюминиево-кремниевой эвтектики.

Механизмы образования эвтектического силумина следующие:

– рост полной эвтектики происходит за счёт поочерёдной кристаллизации Si и α -фазы. Так, при росте кристаллов α -фазы за счёт ограниченной растворимости кремния в ней кремний оттесняется растущими кристаллами и скапливается около фронта кристаллизации, обогащая кремнием близлежащие слои жидкости;

– при дальнейшем обогащении атомами кремния появляется возможность образования кристалла кремния, от которого впоследствии вырастает вторая пластинка кремния;

– по мере кристаллизации Si вокруг него раствор обогащается атомами алюминия и вновь становится возможным образование кристаллов α -фазы и её кристаллизация с оттеснением атомов кремния на фронт кристаллизации и т.д.

На указанную последовательность кристаллизации очень сильно влияет, например, скорость охлаждения расплава. Так, добавляя или отводя тепло, можно изменить пропорцию между суммарным объёмом кристаллических фаз в эвтектической точке. Но самым существенным фактором, влияющим на процесс формирования структуры эвтектики при заданной температуре охлаждения, является внешнее воздействие на расплав магнитными полями различного вида [10]. Очень важно, что это воздействие не меняет химический состав кристаллизующегося расплава эвтектики.

При кристаллизации эвтектического силумина диффузионные процессы играют существенную роль в формировании фаз. Эти процессы влияют на распределение компонентов между фазами, что определяет форму и размеры кристаллов алюминия и кремния. Исследования в данном направлении до сих пор актуальны.

Математическая модель диспергирования кремния

В данной работе предлагается математическая модель тепло- и массопереноса кремния в кристаллизующемся эвтектическом силумине, находящемся в переменном неоднородном магнитном поле. Магнитное поле создаётся коротким соленоидом, таким, что его высота составляет одну треть высоты тигля с расплавом силумина (рис. 1).

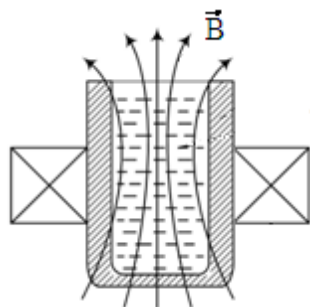


Рис. 1. Упрощённая схема установки, включающая в себя кристаллизатор, совмещенный с аксиальным переменным неоднородным магнитным полем

Fig. 1. A simplified unit scheme that includes a crystalizer combined with an axial non-uniform alternating magnetic field

Данная схема позволяет реализовать наличие неоднородности переменного магнитного поля и создать индукционные токи, взаимодействующие с собственным полем, что порождает пондеромоторные магнитные силы, действующие на кристаллизующийся расплав.

Рост кристалла будем считать неравновесным процессом, тогда одномерная диффузия избытка кремния относительно равновесной в расплаве описывается с учётом независимости каждого вида диффузионного потока следующими уравнениями:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\frac{\partial j_i}{\partial x}, \quad i = 1, 2, 3, \dots; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^s c_i = 1, \quad c_i = \frac{n_i}{n_0}. \quad (2)$$

$S < x < L$, $t > 0$ на границе фронта кристаллизации, где

$$j_i = -D_i \left[\frac{\partial c_i}{\partial x} \pm \frac{D_{Ti}}{TD_i} \frac{\partial T}{\partial x} \pm \frac{\chi}{2\mu_0 kT} \frac{\partial (B^2)}{\partial x} \right]. \quad (3)$$

Для решения этой задачи дополнительно необходимы уравнения теплопереноса на фронте кристаллизации и уравнения электродинамики для расчёта $grad(B^2)$.

Проанализируем указанные в (3) диффузионные потоки, возникающие на фронте кристаллизации в одномерном случае.

1. Концентрационный диффузионный поток избыточного кремния на фронте кристаллизации n_i :

$$j_n = -D_i \frac{\partial n_i}{\partial x}, \quad (4)$$

где D_i – коэффициент диффузии кремния; n_i – концентрация кремния на фронте кристаллизации.

2. Термодиффузионный поток избытка кремния относительно его равновесной концентрации в расплаве:

$$j_T = -\frac{D_{Ti}}{T} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (5)$$

где D_{Ti} – коэффициент термодиффузии; $\frac{\partial T}{\partial x}$ – градиент температуры вблизи фронта кристаллизации.

3. Поток, обусловленный действием неоднородности переменного магнитного поля [5] за счёт градиента квадрата индукции магнитного поля:

$$j_B = \pm D_i \frac{\chi}{2\mu_0 kT} grad(B^2), \quad (6)$$

где χ – магнитная восприимчивость расплава; μ_0 – магнитная постоянная.

При реализации всех перечисленных механизмов диффузии в нужном направлении, без учёта стимулированной переменным магнитным полем конвекции, суммарный поток интересующих нас атомов (ионов) будет:

$$j = -D_i \left(\frac{\partial n}{\partial x} \pm \frac{D_{Ti}}{TD_i} \frac{\partial T}{\partial x} \pm \frac{\chi}{2\mu_0 kT} grad(B^2) \right), \quad (7)$$

где $D_i = D_0 e^{-\frac{Q_i}{kT}}$ – коэффициент концентрационной диффузии; Q_i – энергия активации диффузии.

Наличие двух знаков (\pm) перед коэффициентом диффузии $D_B = \pm \frac{D_i \chi}{2\mu_0 kT}$ связано с тем, что диффундирующие ионы (атомы) могут быть как парамагнитными, так и диамагнитными. Первые – втягиваются полем, а вторые – выталкиваются из него.

Термодиффузия примечательна тем, что не только величина, но и знак коэффициента термодиффузии D_{Ti} зависит от характера взаимодействия атомов (ионов) расплава между собой.

Это связано с тем, что сечение взаимодействия диффундирующих ионов (атомов) в расплаве зависит от относительной скорости растворителя, то есть $\sigma = \sigma(v)$, а это приводит к тому, что средняя длина

свободного пробега растворённых атомов есть функция скорости:

$$\lambda(v) = \frac{1}{n_0 \sigma(v)}. \quad (8)$$

Пусть функция распределения растворённых атомов – $f(v, \tau)$, где $\tau = \tau(x)$ – параметр, который зависит от координаты x .

Тогда поток этих частиц через плоскость $x = 0$ будет

$$\delta j = -\frac{1}{3} \frac{v}{n_0 \sigma} \frac{\partial(n, f)}{\partial x} \cdot dv. \quad (9)$$

После интегрирования получим

$$j = -\frac{1}{3} \frac{v}{n_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(n \left\langle \frac{v}{\sigma} \right\rangle \right), \quad (10)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по распределению Максвелла атомов (ионов) в перегретом расплаве.

Полагая, что $C_i = \frac{n_i}{n_0} = \text{const}$, получим

$$j_T = -\frac{C_i T}{3} \frac{d}{dT} \left\langle \frac{v}{\sigma T} \right\rangle \frac{dT}{dx}, \quad (11)$$

где

$$D_T = -\frac{C_i T^2}{3n_0} \frac{d}{dT} \left\langle \frac{v}{\sigma T} \right\rangle. \quad (12)$$

Проанализируем знак D_T в формуле (12).

Пусть $\sigma \sim \frac{1}{v^\beta}$.

1. При $\beta < 1$ (или равно нулю, если считать, что атомы в расплаве твёрдые шарики) $D_T < 0$.

Поток частиц направлен по $\left(\frac{dT}{dx} \right)$.

2. При $\beta > 1$ (например, для электронов или ионов в плазме $v \sim \frac{1}{r}$, а $\sigma \sim \frac{1}{v^4}$) имеем $D_T > 0$ и поток частиц направлен против градиента температуры.

3. При $\beta = 0$, $\frac{v}{\sigma T} \rightarrow 1$ и $D_T \rightarrow 0$.

Поскольку термодиффузионный поток атомов (ионов) пропорционален градиенту температуры, то он существенен только в начале кристаллизации, но по мере роста закристаллизованного слоя $\frac{\partial T}{\partial x}$ – убывает и термодиффузия также убывает, не внося, по видимому, существенного вклада в общий диффузионный поток, особенно на позднем этапе кристаллизации слитка.

Если считать, что указанные в данной математической модели диффузионные потоки зависимы и есть перекрестные компоненты, то аналитического решения предлагаемой совокупности систем уравнений, скорее всего, получить вряд ли возможно.

Однако если допустить, что указанные потоки (4)-(6) независимы, то есть каждый протекает так, как бы других нет, то задачу возможно решить для каждого потока, а далее просуммировать их действие на механизм отвода избыточного кремния от фронта кристаллизации.

Исходя из указанного допущения, нестационарный процесс диффузии кремния от фронта кристаллизации к расплаву можно описать следующей системой уравнений для одномерного случая:

$$\frac{\partial c_{in}}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 c_m}{\partial x^2}, \quad (13.1)$$

$$\frac{\partial c_{iT}}{\partial t} = \frac{D_T}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (13.2)$$

$$\frac{\partial c_{iB}}{\partial t} = \frac{D_i \cdot \chi}{2\mu_0 kT} \frac{\partial^2 (B^2)}{\partial x^2}, \quad (13.3)$$

где $c_i = c_{in} + c_{iT} + c_{iB} = 1$ – избыток кремния (относительно концентрации в расплаве c_∞) на фронте кристаллизации $x = \xi(t)$; C_{in} – избыток концентрации кремния вблизи фронта кристаллизации; D_i – коэффициент диффузии в расплаве.

Схема распределения концентрации кремния в системе кристалл-расплав силумина АК12М2Мг представлена на рис. 2. Фронт кристаллизации плоский.

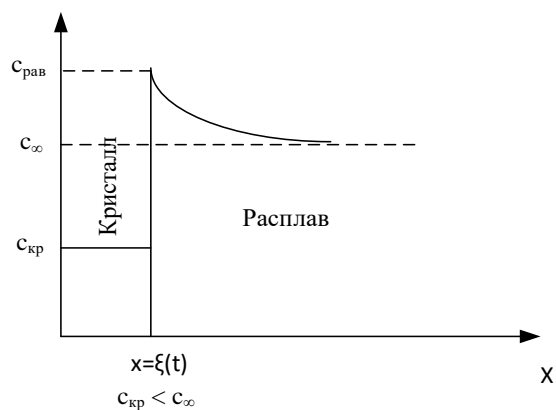


Рис. 2. Зависимость концентрации кремния от координаты в системе кристалл-расплав с плоским фронтом кристаллизации

Fig. 2. Dependence of silicon concentration on coordinate in a crystal-melt system with a flat crystallization front

Концентрационная составляющая диффузии кремния от фронта кристаллизации из расплава описывается уравнением (13.1) с граничными условиями:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} c_i(x, t) = c_\infty; \quad (14)$$

$$2) c_i(\xi(t), t) = c_{rav}; \quad (15)$$

$$3) c_i(x < \xi(t), t) = c_{kr}, \quad (16)$$

где $\xi(t)$ – координата движущейся границы формирующейся кремниевой пластины.

Решение данной задачи имеет следующий вид:

$$c_i(x, t) = c_\infty + (c_{rav} - c_\infty) \times \frac{2\sqrt{D_i t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4D_i t}} - \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{D_i t}}\right)}{\frac{1}{\beta} e^{-\beta^2} - \sqrt{\pi} \cdot \operatorname{erfc}(\beta)}, \quad (17)$$

где $\xi(t) = 2\beta\sqrt{D_i t}$; $\beta = \text{const}$.

Аналогичное решение приводится в работе [6]. Постоянная β есть корень трансцендентного уравнения:

$$F(\beta) = 2\beta^2 \left(1 - \sqrt{\pi} e^{\beta^2} \cdot \operatorname{erfc}(\beta)\right) = \frac{c_{rav} - c_\infty}{c_{rav} - c_{kr}} = k, \quad (18)$$

где $\operatorname{erfc}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_\beta^\infty e^{-\eta^2} d\eta$ – табулированная функция.

График функции (18) приведён на рис. 3.

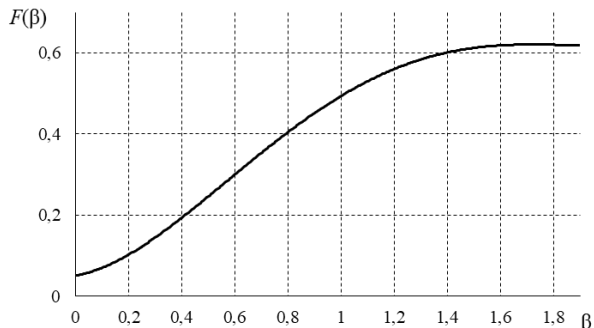


Рис. 3. График зависимости $F(\beta)$

Fig. 3. Dependence graph $F(\beta)$

Для примера проведём расчёты скорости роста кремниевое зерна (пластины) при скорости охлаждения $\frac{dT}{dt} = 1,1 \frac{\text{град}}{\text{с}}$, реализуемой в эксперименте при получении термографической кривой плавления-охлаждение.

$$v(t) = \frac{d\xi(t)}{dt} = \frac{\beta\sqrt{D_i}}{\sqrt{t}}. \quad (19)$$

Коэффициент диффузии кремния в расплаве алюминия $D_i \approx 5 \cdot 10^{-8} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$, $k = \frac{c_{rav} - c_\infty}{c_{rav} - c_{kr}} \approx 0,2$, тогда

$$v(t) = \frac{0,15 \cdot 2,24 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{t}} \approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с.}$$

Толщина пластинки («иглолки») кремния будет $\xi = v(t) \cdot t \approx 30 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Экспериментальные измерения средней толщины «иглолок» (торцов пластин) на фотографиях шлифов даёт $\xi_{\text{exp}} \approx 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, что находится в хорошем согласии с теоретическим расчётом.

Следующее уравнение из системы уравнений (13) описывает изменение термодиффузионного потока в пространстве и времени. Учитывая, что уравнение теплопроводности для одномерного случая

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (20)$$

уравнение (13.2) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial c_{ir}}{\partial t} = \frac{D_{ir}}{Ta} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (21)$$

где a – температуропроводность жидкой фазы.

Из (21) следует, что

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(c_{ir} - \frac{D_{ir}}{a} \ln T \right) = 0, \quad (22)$$

то есть выражение в скобках не зависит от времени остывания расплава. Таким образом, изменение концентрации кремния вблизи фронта кристаллизации определяется только перегревом расплава, а именно

$$\Delta c_{ir} = \frac{D_{ir}}{a} \ln(\Delta T + 1). \quad (23)$$

Исходя из (23), можно сделать следующий вывод: с ростом толщины затвердевшего слитка, температура перегрева расплава падает, а значит, уменьшается термодиффузионный поток.

Третья составляющая общего потока избыточного кремния определяется производной по координате от характера изменения неоднородного магнитного поля вблизи фронта кристаллизации, а временное изменение данной концентрации находится из уравнения (13.3).

В работе [5] была решена задача о поведении B_r и B_z для неоднородного магнитного поля и показаны графически законы изменения индукции магнитного поля по радиусу r и осевой линии z аксиальной цилиндрической системы тигель-индуктор.

Потоки избыточного кремния будут следовать законам изменения $\frac{\partial B_r}{\partial r}$ и $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ с учётом того, что ионы кремния диамагнитные – они будут выталкиваться в область уменьшения градиента индукции магнитного поля.

Выводы

1. В пределах сделанных нами допущений разработана математическая модель, позволяющая описать поведение трёх диффузионных потоков различной природы.

2. Решена задача для концентрационной диффузии избыточного кремния вблизи фронта кристаллизации.

3. Следствием данного решения является расчёт скорости формирования кремниевой фазы и толщины кремниевых «иголок».

4. Показано, что термодиффузионный поток избыточного кремния определяется величиной перегрева расплава относительно закристаллизованного слоя.

Дальнейшее развитие предложенной математической модели будет продолжено, так как не описано влияние Θ -пинч-эффекта на рассмотренные диффузионные процессы.

Список источников

1. Вдовин К.Н., Дубский Г.А., Егорова Л.Г. Влияние магнитного поля на процесс кристаллизации алюминиевых расплавов // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. 2018. № 2. С. 34-42. DOI: 10.17073/0021-3438-2018-2-34-42. EDN YWSJUD.
2. Влияние импульсного магнитного поля при кристаллизации алюминиевых сплавов на физические свойства / К. Н. Вдовин, Г. А. Дубский, В. Б. Деев [и др.] // Металлург. 2019. № 10. С. 69-75. EDN LNOTVU.
3. Воздействие импульсного магнитного поля на расплав парамагнитного металла при кристаллизации / Д.М. Долгушин, Г.А. Дубский, А.А. Нефедьев [и др.] // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2018. Т. 16, № 3. С. 57-66. DOI: 10.18503/1995-2732-2018-16-3-57-66. EDN TBZOTO.
4. Термодинамика и кинетика кристаллизации алюминиевых сплавов в постоянном магнитном поле / М.Б. Аркулис, Г.А. Дубский, Д.М. Долгушин, Н.И. Мишенева // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2021. Т. 19, № 1. С. 29-34. DOI: 10.18503/1995-2732-2021-19-1-29-34. EDN VKQTSX.
5. Способ диспергирования кремния в расплаве силумина, кристаллизующегося в неоднородном магнитном поле / Г.А. Дубский, Н.И. Мишенева, Д.М. Долгушин [и др.] // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2025. Т. 17, № 2. С. 82-90. DOI: 10.14529/mmph250209. EDN ILXTPG.
6. Диффузионные процессы в металлах: сборник статей / М-во высш. и сред. спец. образования РСФСР; Тульск. политехн. ин-т. Тула: Изд-во Тульск. политехн. ин-та, 1973.
7. Ефимов В.А., Эльдарханов А.С. Физические методы воздействия на процессы затвердевания сплавов. М.: Металлургия, 1995. 272 с.
8. Дибро И.А. Состояние и перспективы развития производства отливок из алюминиевых сплавов в России // Литейщик России. 2007. № 5. С. 28-29. EDN HZRMOJ.
9. Заббаров Р., Бибииков А.М., Живодеров В.М. Структурные изменения и свойства алюминиевых сплавов, обработанных магнитным полем // Металлургия машиностроения. 2009. № 6. С. 25-27. EDN LABAZH.
10. Ловцов Д.П. Перспективные технологические методы управления качеством отливок // Литейщик России. 2004. № 6. С. 8-10.
11. The Role of Dendrite Arm Spacing in Fatigue of Aluminum Castings / W. Chen [et al.] // Advances in Aluminum Casting Technology. Materials Park : ASM International, 1998.
12. Thévoz P., Desbiolles J.L. & Rappaz M. Modeling of equiaxed microstructure formation in casting // Metall Trans A 20, 1989. 311-322. <https://doi.org/10.1007/BF02670257>

References

1. Vdovin K.N., Dubsky G.A., Egorova L.G. The effect of a magnetic field on the crystallization process of aluminum melts. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Tsvetnaya Metallurgiya* [Izvestiya of higher educational institutions. Non-Ferrous Metallurgy]. 2018;(2):34-42. (In Russ.) DOI: 10.17073/0021-3438-2018-2-34-42. EDN: YWSJUD.
2. Vdovin K.N., Dubsky G. A., Deev V. B. et al. The effect of a pulsed magnetic field during crystallization of aluminum alloys on physical properties. *Metallurg* [Metallurgist]. 2019;(10):69-75. (In Russ.) EDN: LNOTVU.
3. Dolgushin D.M., Dubsky G.A., Nefediev A.A. et al. The effect of a pulsed magnetic field on a paramagnetic metal melt during crystallization. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G. I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2018;16(3):57-66. (In Russ.) DOI: 10.18503/1995-2732-2018-16-3-57-66. EDN: TBZOTO.
4. Arkulis M.B., Dubsky G.A., Dolgushin D.M., Misheneva N.I. Thermodynamics and kinetics of crystallization of aluminum alloys in a constant magnetic field. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G. I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2021;19(1):29-34. (In Russ.) DOI: 10.18503/1995-2732-2021-19-1-29-34. EDN: VKQTSX.
5. Dubsky G.A., Misheneva N.I., Dolgushin D.M. et al. A method for dispersing silicon in a silumin melt crystallizing in a non-uniform magnetic field. *Vestnik Yuzhno-Uralskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Fizika* [Bulletin of South Ural State University. Series: Mathematics. Mechanics. Physics]. 2025;17(2):82-90. (In Russ.) DOI: 10.14529/mmph250209. EDN: ILXTPG.
6. *Diffuzionnye protsessy v metallakh: Sbornik statey* [Diffusion processes in metals: collection of articles]. Tula: Tula Polytechnic Institute Publishing House, 1973. (In Russ.)
7. Efimov V.A., Eldarkhanov A.S. *Fizicheskie metody vozdeystviya na protsessy zatverdevaniya splavov* [Physical methods of influencing alloy solidification processes]. Moscow: Metallurgiya, 1995, 272 p. ISBN 5-229-01188-2. (In Russ.)
8. Dibrov I.A. The state and prospects for the development of aluminum alloy casting production in Russia. *Liteish-*

- chik Rossii* [Russian Foundryman]. 2007;(5):28-29. (In Russ.) EDN: HZRMOJ.
9. Zabbarov R., Bibikov A.M., Zhivoderov V.M. Structural changes and properties of aluminum alloys treated with a magnetic field. *Metallurgiya Mashinostroeniya* [Metallurgy in Mechanical Engineering]. 2009;(6):25-27. (In Russ.) EDN: LABAZH.
10. Lovtsov D.P. Promising technological methods for controlling casting quality. *Liteishchik Rossii* [Russian Foundryman]. 2004;(6):8-10. (In Russ.)
11. Chen W., et al. The Role of Dendrite Arm Spacing in Fatigue of Aluminum Castings. *Advances in Aluminum Casting Technology*. Materials Park: ASM International, 1998.
12. Thévoz P., Desbiolles J.L., Rappaz M. Modeling of equiaxed microstructure formation in casting. *Metallurgical and Materials Transactions A*. 1989;20:311-322. DOI: 10.1007/BF02670257..

Поступила 26.11.2025; принята к публикации 15.01.2026; опубликована 31.03.2026
Submitted 26/11/2025; revised 15/01/2026; published 31/03/2026

Дубский Геннадий Алексеевич – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры физики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: ftt.magtu@gmail.com, ORCID 0000-0002-7830-0666

Мишенева Надежда Игоревна – старший преподаватель кафедры физики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
E-mail: misheneva_n@mail.ru. ORCID 0000-0001-5461-8058

Долгушин Денис Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
E-mail: denisdolgushin@mail.ru. ORCID 0000-0002-2907-2417

Нефедьев Александр Алексеевич – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры физики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: shuric_xp@mail.ru, ORCID 0009-0005-3863-9808

Мавринский Виктор Викторович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова, Магнитогорск, Россия.
Email: viktormav@mail.ru, ORCID 0009-0001-7038-9993

Gennady A. Dubsy – PhD (Eng.), Associate Professor, Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
Email: ftt.magtu@gmail.com, ORCID 0000-0002-7830-0666

Nadezhda I. Misheneva – Senior Lecturer, Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
E-mail: misheneva_n@mail.ru. ORCID 0000-0001-5461-8058

Denis M. Dolgushin – PhD (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
Email: denisdolgushin@mail.ru. ORCID 0000-0002-2907-2417

Alexander A. Nefediev – PhD (Eng.), Senior Lecturer, Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
E-mail: shuric_xp@mail.ru. ORCID 0009-0005-3863-9808

Viktor V. Mavrinsky – PhD (Eng.), Associate Professor, Department of Physics, Nosov Magnitogorsk State Technical University, Magnitogorsk, Russia.
E-mail: viktormav@mail.ru. ORCID: 0009-0001-7038-9993