

ТЕХНОЛОГИИ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ

MATERIAL PROCESS ENGINEERING

ISSN 1995-2732 (Print), 2412-9003 (Online)

УДК 621.941.01

DOI: 10.18503/1995-2732-2024-22-1-61-75



АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СТОЙКОСТИ ИНСТРУМЕНТА И АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ ШКИВОВ

Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С.

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

Аннотация. Постановка задачи (актуальность работы). Токарная обработка является одним из основных методов обработки тел вращения. Вибрации во время точения могут серьёзно нарушить целостность поверхности, а вместе с тем наравне с такими параметрами процесса, как состояние режущей кромки обрабатываемого инструмента, скорость процесса обработки, подача, глубина резания, формируют морфологию поверхности и, главным образом, шероховатость и волнистость поверхности. Для определения и прогнозирования параметра волнистости необходимо знать такой параметр вибраций, как амплитуда автоколебаний. Амплитуда автоколебаний является составляющим параметром уравнения стойкости режущего инструмента и может быть получена путём решения дифференциального уравнения. Однако для решения этого уравнения необходимы значительные вычислительные ресурсы. В этой связи эффективным является разработка и использование аналитических подходов для решения дифференциального уравнения. **Цель работы.** Разработать аналитический подход для определения величины автоколебаний на основе уравнения коэффициента изменения стойкости резца при чистовом точении. **Используемые методы.** Получены некоторые уравнения для амплитуды колебаний в зависимости от скорости резания, частоты колебаний и показателя относительной стойкости резца, а также определены и описаны их решения относительно амплитуды в виде корней полиномов. **Новизна.** В работе предложен подход для определения волнистости поверхности путём аналитической оценки амплитуды автоколебаний в зависимости от режимов резания. Экспериментальная проверка предложенного подхода производилась на шкивах бесступенчатой трансмиссии. **Результат.** Предложена математическая зависимость технологического обеспечения качества поверхностного слоя деталей клиноремённой трансмиссии, формируемого в процессе токарной обработки, которая позволяет прогнозировать высотные параметры волнистости в зависимости от изменения частоты вращения шпинделя, подачи и скорости резания. **Практическая значимость.** Исследование направлено на повышение качества обработки и создание на поверхности детали микропрофиля с регулярной волнистостью, что позволит уменьшить время обработки путём снижения количества технологических операций.

Ключевые слова: коэффициент стойкости, амплитуда, автоколебания, точение, волнистость поверхности, шкив

© Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С., 2024

Для цитирования

Генералова А.А., Никулин А.А., Бычков Д.С. Аналитическое исследование характеристик стойкости инструмента и автоколебаний при токарной обработке шкивов // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2024. Т. 22. №1. С. 61-75. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-1-61-75>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

ANALYTICAL STUDY ON THE CHARACTERISTICS OF TOOL DURABILITY AND SELF-OSCILLATIONS DURING PULLEY TURNING

Generalova A.A., Nikulin A.A., Bychkov D.S.

Penza State University, Penza, Russia

Abstract. Problem Statement (Relevance). Turning is one of the main methods of machining bodies of rotation. Vibrations during turning can seriously disrupt the integrity of the surface, and at the same time, along with such process parameters as the state of the cutting edge of the machining tool, the speed of the machining process, feed, and cutting depth, form the morphology of the surface, and, mainly, roughness and waviness of the surface. To determine and predict the waviness parameter, it is necessary to know such vibration parameter as the amplitude of self-oscillations. The amplitude of self-oscillation is a component parameter of the equation of cutting tool durability and can be obtained by solving the differential equation. However, solving this equation requires significant computing resources. In this regard, it is efficient to develop and use analytical approaches to solve the differential equation. **Objectives.** The research is aimed at developing an analytical approach to determine the value of self-oscillations based on the equation for the coefficient of change in cutting tool durability during finishing turning. **Methods Applied.** The authors obtained some equations for the amplitude of oscillations depending on cutting speed, the frequency of oscillations and the index of relative durability of the cutting tool, and determined and described their solutions for the amplitude in the form of polynomial roots. **Originality.** The paper proposes an approach for determining waviness of the surface by analytical estimation of the amplitude of self-oscillations depending on the cutting modes. The proposed approach was experimentally tested on the pulleys of a continuously variable transmission. **Result.** The paper describes a proposed mathematical relation of the technological quality assurance for the surface layer of the V-belt transmission components formed during turning to predict the height parameters of waviness depending on the change in the spindle speed, feed and cutting speed. **Practical Relevance.** The research is aimed at improving the quality of machining and forming a microprofile with regular waviness on the surface of the part, contributing to a reduction in machining time by reducing the number of technological operations.

Keywords: coefficient of durability, amplitude, self-oscillations, turning, surface waviness, pulley

For citation

Generalova A.A., Nikulin A.A., Bychkov D.S. Analytical Study on the Characteristics of Tool Durability and Self-Oscillations During Pulley Turning. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2024, vol. 22, no. 1, pp. 61-75. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2024-22-1-61-75>

Введение

Проблема повышения качества изделий и производительности обработки современных материалов тесно связана с вопросом устойчивости процесса резания. Возникающие в процессе резания вредные неуправляемые автоколебания (вибрации) приводят к резкому снижению точности обработки, ухудшению качества поверхности, снижению циклической прочности и надёжности обрабатываемых деталей. С другой стороны, использование таких колебаний с постоянной оптимальной амплитудой в ряде случаев может способствовать улучшению обрабатываемости и повышению качества обработанной поверхности.

Первыми крупными работами, положившими начало углубленному исследованию вибраций при резании металлов, явились работы Дроздова Н.А. [1], Каширина А.И. [2] и А.П. Соколовского [3]. Несмотря на различный подход к причинам возникновения вибраций, авторы теоретически и экспериментально доказали, что при резании металлов имеет место автоколебательный процесс. Автоколебания влияют на

интенсивность износа и прочность режущего инструмента, на точность, волнистость и шероховатость обработанных поверхностей [4]. С увеличением амплитуд автоколебаний пропорционально ухудшаются параметры шероховатости, растёт высота волнистости W_z обработанной поверхности. Волнистость поверхности изучена менее всего, хотя сведения о ней встречаются в технической литературе очень давно. Она занимает промежуточное положение между отклонениями формы и шероховатостью.

В научной литературе можно встретить ряд формул, в которых установлена функциональная связь между волнистостью поверхности и амплитудой автоколебаний. При механических методах обработки на образование волнистости в общем случае оказывают влияние следующие факторы [5, 6]: исходное состояние поверхностного слоя обрабатываемой заготовки H_1 ; биение заготовки и инструмента H_2 ; геометрия режущего инструмента и кинематика его движения H_3 . В зависимости от методов и условий обработки степень влияния этих параметров на свойства волнистости будет различной. Средняя высота

волнистости W_z , формирующейся на поверхности при токарной обработке, может быть вычислена путем суммирования случайных величин по следующей формуле:

$$W_z = 1,2\sqrt{H_1^2 + H_2^2 + H_3^2}, \quad (1)$$

где W_z – высотный параметр волнистости, мкм; H_1 – исходное состояние поверхностного слоя обрабатываемой заготовки; H_2 – биение заготовки и инструмента; H_3 – геометрия режущего и инструмента и кинематика его движения.

В исследовании Лопоток Т.С. [7] приведена зависимость для волнистости поверхности W_z применительно к технологическому процессу врезного цилиндрического шлифования с выхаживанием:

$$W_z = C_0 \left\{ 1 + \cos \left[(s-1) \cdot \frac{180}{y} \right] \right\}, \quad (2)$$

где C_0 – амплитуда главного колебания, мкм; s – число оборотов при врезном цилиндрическом шлифовании с выхаживанием; y – знаменатель рациональной дроби, отвечающий за целое число оборотов.

Соколовский А.П. [3] в результате проведённых экспериментов и расчётов получил адекватные математические модели, отображающие зависимость высоты волнистости среднеарифметического отклонения профиля от интенсивности автоколебаний:

$$W_z = 23,5 + 15,5X_1 - 3,2X_2, \quad (3)$$

где $X_1 = [(A-60)/45,5]$ мкм; $X_2 = [(f-600)/200]$ Гц. Зависимость Соколовского справедлива для процесса фрезерования концевыми фрезами.

В результате многочисленных экспериментальных исследований по измерению параметров волнистости поверхности и частоты автоколебаний при токарной обработке Жарковом И.Г. [8] получена эмпирическая зависимость средней высоты волнистости W_z от амплитуды автоколебаний A [6]:

$$W_z = C_{wz} A^{\lambda_{wz}}, \quad (4)$$

где C_{wz} – динамический коэффициент, зависящий от твёрдости обрабатываемого металла; λ_{wz} – динамический коэффициент, определяющий процесс стружкообразования при точении и фрезеровании, зависит от химического состава металла.

Коэффициенты C_{wz} и λ_{wz} некоторых марок сталей представлены в **табл. 1**.

Проведённый обзор литературных источников показал, что исследователи единогласно сходятся во мнении, что основным параметром для определения и прогнозирования такого параметра качества поверхности, как волнистость, является параметр амплитуды автоколебаний при обработке.

Таблица 1. Значения коэффициентов C_{wz} и λ_{wz} [6]
Table 1. Values of coefficients C_{wz} and λ_{wz} [6]

Обрабатываемый материал (в соответствии с ГОСТ РФ)	Коэффициент C_{wz}	Коэффициент λ_{wz}
08X15H5Д2Т	1,33	0,96
12X18H9Т	1,26	0,94
Сталь 40	1,24	0,93
Сталь 45	1,22	0,91

Амплитуда и частота являются основными характеристиками вибрационных процессов. Эти характеристики прежде всего зависят от массы, жесткости и демпфирования системы. Кроме этого, эти характеристики являются основными функциями режущего процесса.

Подходы к определению параметров автоколебаний весьма разнообразны. Они могут базироваться на проведении натурных экспериментов с использованием измерительного оборудования в процессе токарной обработки. Также широкое распространение получили методы, связанные с имитационным моделированием. В то же время во многих исследованиях отмечается, что возникающая амплитуда автоколебаний не имеет постоянного численного значения, то есть постоянно изменяется. В связи с чем необходимо производить численные расчеты для определения фактического значения амплитуды колебаний в зависимости от режимов резания [6, 9].

Существуют различные подходы для экспериментального определения амплитуды колебаний в процессе обработки, они отличаются способами и точностью полученных результатов. В работах [10-12] рассматривается экспериментальный подход, при котором колебания фиксируются с помощью датчиков непосредственно в процессе обработки. Преимуществом данного метода является высокая точность результатов, так как результаты снимаются фактически. В работе [13] рассматривается эксперимент, при котором учитывается не только амплитуда, но и частота колебаний. В работах [14-16] используются сравнительный и экспериментальный подходы, преимуществом является снятие колебаний с широким диапазоном частот в реальном времени.

В работах [17-19] рассматривается моделирование процесса обработки, преимуществом которого является визуализация процесса и снятие параметров колебаний в процессе всего цикла обработки. В научных работах [20, 21] обосновано использование низкочастотных колебаний, представляющих собой комплексное вибрационное воздействие на процесс резания с принудительным удалением твердой стружки с верхней части резца и предотвращением ее образования, обеспечивая при этом наличие заданной шероховатости обрабатываемой поверхности и увеличение периода стойкости резца.

Математическая модель формирования автоколебаний в процессе резания подробно рассмотрена в работе С.Л. Леонова и А.Т. Зиновьева [22]. Их модель позволяет прогнозировать автоколебания и рассчитывать процесс резания на устойчивость. Однако для этой модели необходимо определить её коэффициенты: приведенную массу, демпфирование и жесткость отдельных элементов технологической системы [6].

В работе [23] применяется численный подход (в основе лежит параметр стойкости инструмента) для определения амплитуды колебаний, преимуществом является учет всех возможных факторов, которые могут повлиять на колебания, недостатком является применение данной методики только для комбинированного инструмента при сверлении и фрезеровании, для точения применить невозможно.

В работах [24, 25] рассматривается аналитический подход для вычисления амплитуды колебаний, преимуществом такого подхода является то, что учтено значительное количество факторов, которые могут повлиять на обработку.

В современных статьях и диссертациях рассматриваются колебания заготовки и инструмента при обработке деталей с продольной подачей (либо с поперечной при обработке торцов детали). При обработке конических деталей (например, шкивов) резец движется в двух плоскостях. В этом случае продольная подача должна рассматриваться в совокупности с поперечной, и результирующим значением является их векторная сумма. При этом характер колебаний кардинально меняется, а именно присутствуют колебания по двум осям, которые накладываются друг на друга и образуют микрорельеф на детали сложного геометрического профиля. Поэтому адаптивное управление автоколебательного процесса позволит существенно улучшить показатели процесса резания путём проектирования режущего инструмента, рассчитанного на этот процесс, а также отсутствие методик и математических моделей, учитывающих автоколебания на стадии разработки технологического процесса обработки.

Для прогнозной оценки необходимо будет установить аналитические зависимости параметров автоколебаний от режимов точения. Довольно трудно точно сказать, какие эффекты будут приоритетными для того, чтобы сделать определенные допущения и построить адекватную теоретическую зависимость. В качестве основы было решено использовать эмпирическую модель для износостойкости инструмента в зависимости от параметров резания. Это необходимо для определения взаимосвязей выбранных параметров точения, а именно скорости резания, подачи и времени обработки, с возникающими автоколебаниями для создания прогнозной оценки работы инструмента и параметров качества поверхности.

Материалы и методы исследования

Исследования показывают, что период стойкости режущего инструмента в значительной степени опре-

деляется вибрациями при резании. Первым, кто указал на важность изучения колебаний при резании металлов, был Ф. Тейлор [26]. В своём крупном научном труде (1907 год) по резанию металлов он так отозвался о явлениях вибрации при резании металлов: «Вопрос относительно возникновения вибрации дрожания резцов представляется самым тёмным и самым тонким из всех, с которыми приходится иметь дело рабочему. При обработке отливок и поковок самых разнообразных форм нельзя установить никакого правила или формулы, руководствуясь которыми рабочий мог бы брать наибольшую подачу и глубину резания, не опасаясь дрожания». Тейлор отметил, что увеличение глубины резания оказывает минимальное влияние на срок службы инструмента, увеличение подачи влияет чуть больше, а наиболее важным фактором является высокая скорость резания [26].

Стойкость и производительность инструмента в значительной мере определяется уровнем интенсивности автоколебаний. Снижение стойкости происходит за счёт циклического изменения нагрузки и скоростного режима, которые действуют напрямую на режущую кромку. На **рис. 1** приведены кривые, которые демонстрируют влияние колебаний на скорость резания и интенсивность износа [27].

Изменение стойкости в течение одной волны колебаний (с частотой колебаний f и периодом одного колебания $1/f$) соответствует отношению площадей под кривыми 1 и 2 (**рис. 1, а**).

Кривая 1 на **рис. 1, а** представляет изменение скорости резания за один период колебаний, а прямая 2 соответствует скорости резания в отсутствие колебаний. Интенсивность износа при резании в отсутствие колебаний, соответствующая скорости v_0 , представляется тангенсом наклона прямой OL (**рис. 1, б**), где OB – период роста износа; BC – период спада износа; CC_1 – период возрастания износа (предшествует участку OB); OL – динамика износа при резании в отсутствие колебаний; BM – касательная, наклон которой характеризует динамику износа на участке с наибольшей скоростью резания; CK – касательная, наклон которой характеризует динамику износа при минимальной скорости резания. С увеличением действительной скорости резания происходит увеличение интенсивности износа до значения, определяемого точкой B . Здесь скорость резания v максимальна, соответствующая ей интенсивность износа, представленная наклоном касательной BM , тоже максимальна. Дальнейшее уменьшение скорости резания уменьшает интенсивность износа до величины, характеризующейся касательной CK , угол наклона которой меньше, чем угол наклона линии OL . Это означает, что уменьшение скорости резания при отрицательной полуволне колебаний уменьшает интенсивность износа. В результате в процессе резания в течение одного цикла колебаний инструмент на некотором участке получает износ I_1 , больший, чем износ I при скорости v_0 .

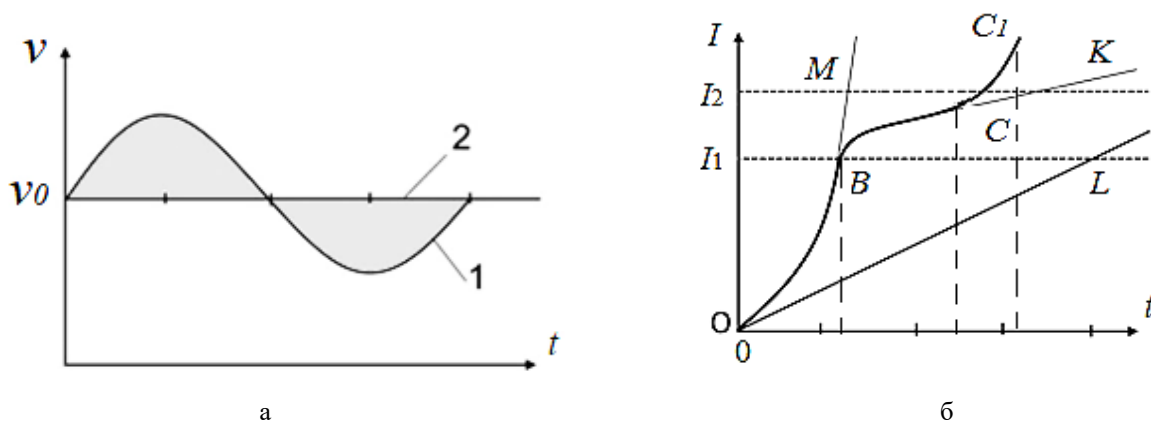


Рис. 1. Кривые динамики скорости резания и износа резца: а – графики скорости резания за один период колебаний: кривая 1 – динамика скорости резания при резании с колебаниями (за один период колебаний); прямая 2 – динамика скорости резания в отсутствие колебаний; б – кривые износа резца за один период колебаний

Fig. 1. Curves of trends in cutting speed and cutting tool wear: а are graphs of cutting speed for one period of oscillations; curve 1 is a trend in cutting speed when cutting with oscillations (for one period of oscillations); straight line 2 is a trend in cutting speed without oscillations; б are curves of cutting tool wear for one period of oscillations

Способность режущего инструмента сохранять работоспособными свои контактные поверхности и лезвия называют стойкостью инструмента, а время, в течение которого это происходит, – периодом стойкости. Зависимости между скоростями резания v и периодом стойкости инструмента следующие [13, 24, 26, 28, 29]:

$$v_0 = \frac{C_v}{T_0^m}, \quad (5)$$

$$v_B = \frac{C_v}{T_B^m}, \quad (6)$$

где v_0 – скорость «спокойного» резания, мм/мин; v_B – скорость резания при колебаниях, мм/мин; C_v – коэффициент, зависящий от механических свойств обрабатываемого и инструментального материалов, геометрии резца и т.д.; T_0 – стойкость инструмента при спокойном резании, мин; T_B – стойкость инструмента при колебаниях, мин.

Из зависимостей (5) и (6) можно получить соотношение стойкостей инструмента:

$$\frac{T_0}{T_B} = \left(\frac{v_B}{v_0}\right)^{\frac{1}{m}}, \quad (7)$$

где m – показатель относительной стойкости, характеризующий влияние стойкости на скорость резания.

Следовательно, изменение стойкости T_B инструмента при колебаниях по сравнению со стойкостью инструмента T_0 при спокойном резании определяется выражением для коэффициента изменения стойкости n :

$$n = \frac{\int_{t=0}^{t=\frac{1}{f}} (v_B)^{\frac{1}{m}} dt}{\int_{t=0}^{t=\frac{1}{f}} (v_0)^{\frac{1}{m}} dt}, \quad (8)$$

где f – частота колебаний, Гц; n – коэффициент изменения стойкости; t – время резания, мин.

Учитывая, что скорость v_0 не изменяется во времени, площадь под ней является прямоугольником со сторонами $(v_0)^{\frac{1}{m}}$ и $\frac{1}{f} = t$, следовательно, интеграл в знаменателе можно записать по формуле

$$\int_{t=0}^{t=\frac{1}{f}} (v_0)^{\frac{1}{m}} dt = (v_0)^{\frac{1}{m}} \cdot \frac{1}{f} = \frac{(v_0)^{\frac{1}{m}}}{f}. \quad (8a)$$

Интеграл в числителе является площадью под периодической функцией осциллирующей относительно положения равновесия v_0 , то есть $v_B = v_0 + \frac{d}{dt}(0,06 \cdot A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t))$. Дифференциал периодической функции нужен для того, чтобы при интегрировании остался чистый синус без дополнительных множителей, искажающих заданную амплитуду. Коэффициент 0,06 – это коэффициент перевода амплитуды колебаний из мм/с в мм/мин, то есть $\frac{60}{1000}$.

Тогда интеграл принимает следующий вид:

$$\int_{t=0}^{t=\frac{1}{f}} (v_B)^{\frac{1}{m}} dt = \int_{t=0}^{t=\frac{1}{f}} (v_0 + 0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t))^{\frac{1}{m}} dt, \quad (8b)$$

где A – амплитуда, мм.

Подставив зависимости (8а) и (8б) в уравнение (8), получим математическую зависимость для коэффициента изменения стойкости n :

$$n = \frac{f}{(v_0)^{\frac{1}{m}}} \int_{t=0}^{\frac{1}{f}} (v_0 + 0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t))^{\frac{1}{m}} dt. \quad (9)$$

В данной статье предлагается аналитический подход для решения уравнения определения коэффициента изменения стойкости n и амплитуды автоколебаний A .

Приведение уравнения показателя изменения стойкости от тригонометрического вида к виду с использованием рядов

Первым шагом для решения уравнения (9) запишем его с использованием бинома Ньютона [30], сделав замену $q = \frac{1}{m}$. Тогда получим

$$n = \frac{f}{(v_0)^q} \int_{t=0}^{\frac{1}{f}} \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} (v_0)^{q-k} \times (0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t))^k dt, \quad (9а)$$

где q, k – биномиальные коэффициенты.

Учитывая, что интеграл суммы равен сумме интегралов, а также что биномиальные коэффициенты не зависят от переменной интегрирования и их можно вынести за знак интеграла, получаем общую формулу для вычисления коэффициента изменения стойкости:

$$n = \frac{f}{(v_0)^q} \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} \int_{t=0}^{\frac{1}{f}} (v_0)^{q-k} \times (0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t))^k dt. \quad (9б)$$

Величина $(v_0)^{q-k}$ также не зависит от переменной интегрирования (от t), поэтому её можно вынести за пределы интеграла и внести под сумму коэффициент перед суммой $\frac{1}{(v_0)^q}$. После соответствующих упрощений формула принимает вид

$$n = f \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} \frac{1}{(v_0)^k} \times \int_{t=0}^{\frac{1}{f}} (0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t))^k dt. \quad (9в)$$

Вынесем коэффициенты за знак интеграла, так как они не зависят от переменной интегрирования:

$$n = f \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} \left(\frac{0,06 \cdot A \cdot 2\pi \cdot f}{v_0} \right)^k \int_{t=0}^{\frac{1}{f}} \cos^k(2\pi \cdot f \cdot t) dt. \quad (9г)$$

В данном случае можно воспользоваться формулой редукции степени [31] для вычисления подынтегральной части и переписать исходное равенство для коэффициента изменения (избытка/недостатка) стойкости в следующем виде, подставив пределы интегрирования и сократив подобные:

$$n = 1 + \sum_{k=1}^q \binom{q}{k} \left(\frac{0,06A \cdot 2\pi f}{v_0} \right)^k \cdot \begin{cases} \prod_{r=1}^{\frac{k}{2}} \left(1 - \frac{1}{2r} \right), & \text{при } k = 0 \pmod{2} \\ 0, & \text{при } k = 1 \pmod{2} \end{cases}. \quad (9д)$$

Здесь можно заметить, что в сумме участвуют только четные степени, а нечетные «обнуляются»:

$$n = 1 + \sum_{k=2}^q \binom{q}{k} \left(\frac{0,06A \cdot 2\pi f}{v_0} \right)^k \cdot \prod_{r=1}^{\frac{k}{2}} \left(1 - \frac{1}{2r} \right). \quad (9е)$$

Меняя границы суммирования, оставим суммирование лишь по четным степеням:

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{q}{2} \rfloor} \binom{q}{2k} \left(\frac{0,06A \cdot 2\pi f}{v_0} \right)^{2k} \cdot \prod_{r=1}^k \left(1 - \frac{1}{2r} \right). \quad (9ж)$$

Скобки вида $\lfloor \cdot \rfloor$ означают округление до ближайшего меньшего целого.

Далее запишем уравнение для n через гамма-функцию Эйлера $\Gamma(\cdot)$ [32]:

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{q}{2} \rfloor} \binom{q}{2k} \left(\frac{0,06A \cdot 2\pi f}{v_0} \right)^{2k} \cdot \frac{\Gamma\left(k + \frac{1}{2}\right)}{k! \cdot \sqrt{\pi}}. \quad (9з)$$

В случае гамма-функции известно решение через элементарные функции для гамма-функции с полуцелым аргументом:

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{q}{2} \rfloor} \binom{q}{2k} \left(\frac{0,06A \cdot 2\pi f}{v_0} \right)^{2k} \cdot \frac{(2k)!}{(k!)^2 \cdot 4^k}. \quad (9и)$$

Вместе с биномиальными коэффициентами

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{q}{2} \rfloor} \left[\frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2} \cdot \left(\frac{60 \cdot A \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^{2k} \right]. \quad (9к)$$

Получение формулы приближенного вычисления членов ряда

Для некоторых задач удобно пользоваться приближенным вычислением данных членов ряда, это

потенциально сокращает время и ресурсы ЭВМ, для получения приближенного равенства представим члены последовательности в виде произведения двух частей (множителей):

– рациональной части, представленной дробью с целыми числами в числителе и знаменателе

$$P(q, k) = \frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2};$$

– иррациональной части, представленной дробью с иррациональностью $\left(\frac{60 \cdot A \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^{2k}$.

Прологарифмируем отдельно иррациональную часть из уравнения (9к):

$$\ln\left(\left(\frac{60 \cdot A \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^{2k}\right) = 2k \cdot \ln\left(\frac{60 \cdot A \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right).$$

Прологарифмируем отдельно рациональную часть из уравнения (9к):

$$\ln\left(\frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2}\right) = \ln\left(\frac{1}{2^{2k}}\right) + \ln\left(\frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2}\right).$$

Для рациональной части уравнения раскроем логарифмы и после преобразования получим:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2}\right) &= \\ &= -2k \cdot \ln(2) + \ln(q!) - \ln((q-2k)!) - 2\ln(k!). \end{aligned}$$

В данном случае для приближённого вычисления факториала и гамма-функции удобнее использовать формулу Муавра-Стирлинга [33], в результате можно получить приблизительное равенство для логарифма рациональной части:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2}\right) &\approx -(2k+1) \cdot \ln(2k) + \\ &+ \left(q + \frac{1}{2}\right) \cdot \ln(q) - \left(q-2k + \frac{1}{2}\right) \cdot \ln(q-2k) - \ln(\pi). \end{aligned}$$

Так как $2k$ всегда четное, $(-1)^{2k} = 1$ для любого k , то этот логарифм соответствует следующему приближенному равенству:

$$\frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2} \approx \frac{\sqrt{q}}{\pi \cdot 2k \cdot \sqrt{q-2k}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q}{2k}\right)^{2k}}{\left(1 - \frac{2k}{q}\right)^q}.$$

Получение уравнения амплитуды автоколебаний из уравнения показателя изменения стойкости

Определение и измерение коэффициента изменения стойкости n обычно производится опытным путём. Главным образом, данный коэффициент зависит от обрабатываемого металла, материала режущей части резца, толщины среза, вида и условий обработки. Чем интенсивнее и нагруженнее условия резания, тем ниже износостойкость материала режущей части инструмента и тем меньше показатель относительной стойкости, характеризующий влияние стойкости на скорость резания m (для удобства в расчётах введена переменная $q = 1/m$). В справочных источниках по теории резания величина показателя относительной стойкости резца при обработке стали, стального литья и ковкого чугуна может быть принята равной 0,125; для резцов, оснащённых пластинками твёрдых сплавов, $m = 0,125-0,3$ ($m_{ср} = 0,2$); для серого чугуна 0,1 [34]. И в том, и в другом случае принимается токарный резец (проходной) из быстрорежущей стали.

В соответствии с теоремой Руффини-Абея [35], можно гарантированно найти решение в радикалах для квадрата амплитуды A^2 вплоть до $q = 9$, сделав замену $a = A^2$:

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor q/2 \rfloor} \left[P(q, k) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^{2k} \cdot a^k \right], \quad (10)$$

где $P(q, k) = \frac{1}{2^{2k}} \cdot \frac{q!}{(q-2k)! \cdot (k!)^2}$ – рациональная часть членов ряда (может быть заменена на формулу приближенного вычисления рациональной части членов ряда $PR(q, k) = \frac{\sqrt{q}}{\pi \cdot 2k \cdot \sqrt{q-2k}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{q}{2k}\right)^{2k}}{\left(1 - \frac{2k}{q}\right)^q}$).

Из уравнения (10) можно получить уравнение амплитуды автоколебаний A , если подставить интересное значение q , обратно пропорциональное величине относительной стойкости резца m , приравнять его к нулю и найти корни полученного уравнения.

Для $q = 1$ ($q = 1/m$) решение тривиально: $n = 1$.

Выведем уравнение амплитуды автоколебаний при $q = 2$ ($m = \frac{1}{2}$):

$$n = 1 + P(2, 1) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2 \cdot a, \quad (11)$$

где

$$P(2, 1) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2!}{(q-2)! \cdot (1!)^2} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно,

$$a = 2 \frac{n-1}{\left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2}.$$

Тогда $A = \pm\sqrt{a}$, получаем

$$A = \pm \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi f} \cdot \sqrt{n-1}.$$

Очевидно, что нас интересуют только положительные корни, так как амплитуда строго не отрицательна:

$$A = \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \sqrt{2} \cdot \pi f} \cdot \sqrt{n-1}. \quad (12)$$

Следовательно, $n \geq 1$, чтобы подкоренное выражение $\sqrt{n-1}$ имело вещественные значения.

Установим уравнение амплитуды автоколебаний при $q = 3$ ($m = \frac{1}{3}$):

$$n = 1 + P(3,1) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2 \cdot a, \quad (13)$$

где

$$P(3,1) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{3!}{(3-2)! \cdot (1!)^2} = \frac{3}{2}.$$

Следовательно,

$$a = \frac{2}{3} \frac{n-1}{\left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2}.$$

Так как $A = \pm\sqrt{a}$, очевидно, что нас интересуют только положительные корни, так как амплитуда строго не отрицательна:

$$A = \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \sqrt{6} \cdot \pi f} \cdot \sqrt{n-1}. \quad (14)$$

Тогда $n \geq 1$, чтобы $\sqrt{n-1}$ имел вещественные значения.

Установим уравнение амплитуды автоколебаний для $q = 4$ ($m = \frac{1}{4}$):

$$n = 1 + P(4,2) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^4 \cdot a^2 + P(4,1) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2 \cdot a, \quad (15)$$

где

$$P(4,1) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{4!}{(4-2)! \cdot (1!)^2} = 3,$$

$$P(4,2) = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{4!}{(4-4)! \cdot (2!)^2} = \frac{3}{8}.$$

Следовательно,

$$a = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \left(\frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \pi f}\right)^2 \left(\pm \sqrt{\frac{n+5}{6}} + 1\right).$$

Так как $A = \pm\sqrt{a}$, очевидно, что нас интересуют только положительные корни, так как амплитуда строго не отрицательна. Также амплитуда должна иметь вещественные значения, подкоренное выражение $\pm \sqrt{\frac{n+5}{6}} + 1 \geq 0$ также должно быть неотрицательным. В результате для коэффициента избытка стойкости $n \geq 1$ получаем следующее уравнение для амплитуды автоколебаний A :

$$A = \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \pi f} \sqrt{\sqrt{\frac{n+5}{6}} + 1}. \quad (16)$$

Установим уравнение амплитуды автоколебаний для $q = 5$ ($m = \frac{1}{5}$):

$$n = 1 + P(5,2) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^4 \cdot a^2 + P(5,1) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0}\right)^2 \cdot a, \quad (17)$$

где

$$P(5,1) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{5!}{(5-2)! \cdot (1!)^2} = 5,$$

$$P(5,2) = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{5!}{(5-4)! \cdot (2!)^2} = \frac{15}{8}.$$

Также принимаем во внимание, что значение амплитуды A должно быть неотрицательным и иметь вещественные значения:

$$A = \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot \pi f} \sqrt{\sqrt{\frac{30 \cdot n + 70}{30}} - 10}. \quad (18)$$

Особый интерес представляет уравнение коэффициента изменения стойкости n при $q = 8$ ($m = \frac{1}{8} = 0,125$), так как такое значение величины показателя относительной стойкости резца рекомендовано при обработке стали, стального литья и ковкого чугуна.

Установим уравнение амплитуды автоколебаний для $q = 8$ ($m = \frac{1}{8}$):

$$n = 1 + \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{q}{2} \rfloor} \left[P(q, k) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^{2k} \cdot a^k \right],$$

где

$$P(8, 4) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^8 \cdot a^4 + P(8, 3) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^6 \cdot a^3 + \\ + P(8, 2) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^4 \cdot a^2 + P(8, 1) \cdot \left(\frac{60 \cdot 2\pi f}{1000 \cdot v_0} \right)^2 \times \\ \times a + 1 - n = 0.$$

Уточним, что:

$$P(8, 1) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{8!}{(8-2)! \cdot (1!)^2} = \frac{126}{9} = 14,$$

$$P(8, 2) = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{8!}{(8-4)! \cdot (2!)^2} = \frac{105}{4} = 26 \frac{1}{4},$$

$$P(8, 3) = \frac{1}{2^6} \cdot \frac{8!}{(8-6)! \cdot (3!)^2} = \frac{35}{4} = 8 \frac{3}{4},$$

$$P(8, 4) = \frac{1}{2^8} \cdot \frac{8!}{(8-8)! \cdot (4!)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{315}{576} = \frac{35}{128}.$$

В результате решения уравнения (10) методом Феррари [36] можно записать все восемь корней уравнения с использованием независимых переменных α , β и γ , таких что $\alpha, \beta, \gamma \in \{0, 1\}$:

$$A(\alpha, \beta, \gamma) = (-1)^\gamma \frac{1000 \cdot v_0}{60 \cdot 2\pi f} \times \\ \times \sqrt[3]{(-1)^\alpha \sqrt{\frac{T}{2} + 48} + (-1)^\beta \sqrt{\frac{(-1)^{\alpha+1} \cdot 13056}{10 \cdot \sqrt{2T + 2 \cdot 96}} - \frac{T}{2} + 96} - 8}, \quad (19)$$

где α , β и γ – независимые переменные, введенные для унификации записи решения уравнения 8-й степени в радикалах. Величина T является интегральной переменной, в которой $U = \frac{5 \cdot 96 \cdot 128n - 405504}{175}$ и

$$V = \frac{128n - 12672}{35} \quad (U \text{ и } V \text{ находятся решая методом}$$

Кардано [37] кубическое уравнение, приведенное к каноничной форме). Данная величина введена для краткости записи уравнения (19) и вычисляется по зависимости

$$T = \sqrt[3]{-\frac{U}{2} + \sqrt{\frac{V^3}{27} + \frac{U^2}{4}}} + \sqrt[3]{-\frac{U}{2} - \sqrt{\frac{V^3}{27} + \frac{U^2}{4}}}.$$

Таким образом, в результате аналитических вычислений получены частные случаи решения для уравнения коэффициента изменения стойкости n (9). Основными составляющими данного уравнения являются: показатель относительной стойкости m , характеризующий влияние стойкости на скорость резания; частота колебаний f ; амплитуда автоколебаний A ; скорость резания v_0 . Имея численные значения этих технологических параметров, можно определять неизвестные параметры процесса резания, а следовательно, и прогнозировать параметры качества поверхности, такие как шероховатость или волнистость. В данном исследовании предлагается определение высотного параметра волнистости шкива бесступенчатой трансмиссии [6, 38-40]. В качестве эмпирической зависимости для прогнозирования параметров волнистости поверхности выбрана зависимость Жаркова (3) [8].

Полученные результаты и их обсуждение

Для экспериментальной проверки предлагаемого решения уравнения (19) была произведена обработка шкива вариатора. Изготовление производилось на обрабатывающем центре с ЧПУ DMG MORI NTX1000. Для данного оборудования коэффициент изменения стойкости $n = 1,00044$. Обработка исследуемой поверхности шкива проводилась при помощи токарного резца с режущей частью из материала T5K12B. Используемый резец имеет следующие параметры режущей части: главный угол в плане – 30°, передний угол – 10°, угол наклона главного лезвия – 5°, радиус при вершине – 2°. При проведении теоретических расчетов принят диапазон низкочастотных колебаний $f \in 50-300$ Гц [1, 8].

В качестве заготовки для шкивов использовался прокат «Круг» диаметром 180 мм, материал соответствует заложенному производителем – сталь 45 в соответствии со стандартом Российской Федерации. Режимы резания для обработки шкивов чистовым точением приведены в табл. 2 [6].

Экспериментальное исследование полученного микропрофиля шкивов проводилось при помощи профилометра CONTUROMATIC TS, представленного на рис. 2.



Рис. 2. Профилометр CONTUROMATIC TS
Fig. 2. CONTUROMATIC TS Profilometer

Измерение параметров волнистости происходило в 4-х областях, равномерно распределенных по рабочей поверхности шкива [5]. В результате получены следующие волнограммы поверхности (рис. 3). Вер-

тикальные значения волнограмм соответствуют высотному параметру волнистости W_i , горизонтальные значения волнограмм соответствуют шаговому параметру волнистости S_{wi} .

Таблица 2. Параметры процесса обработки
Table 2. Machining process parameters

Параметр обработки	Образец №1	Образец №2	Образец №3
Частота вращения шпинделя станка n_1 , об/мин	1100	1250	1300
Подача s , мм/об	0,39	0,48	0,54
Скорость резания при чистовом точении v , м/мин	182	194	217
Глубина резания t_1 , мм	1	1,2	1,25

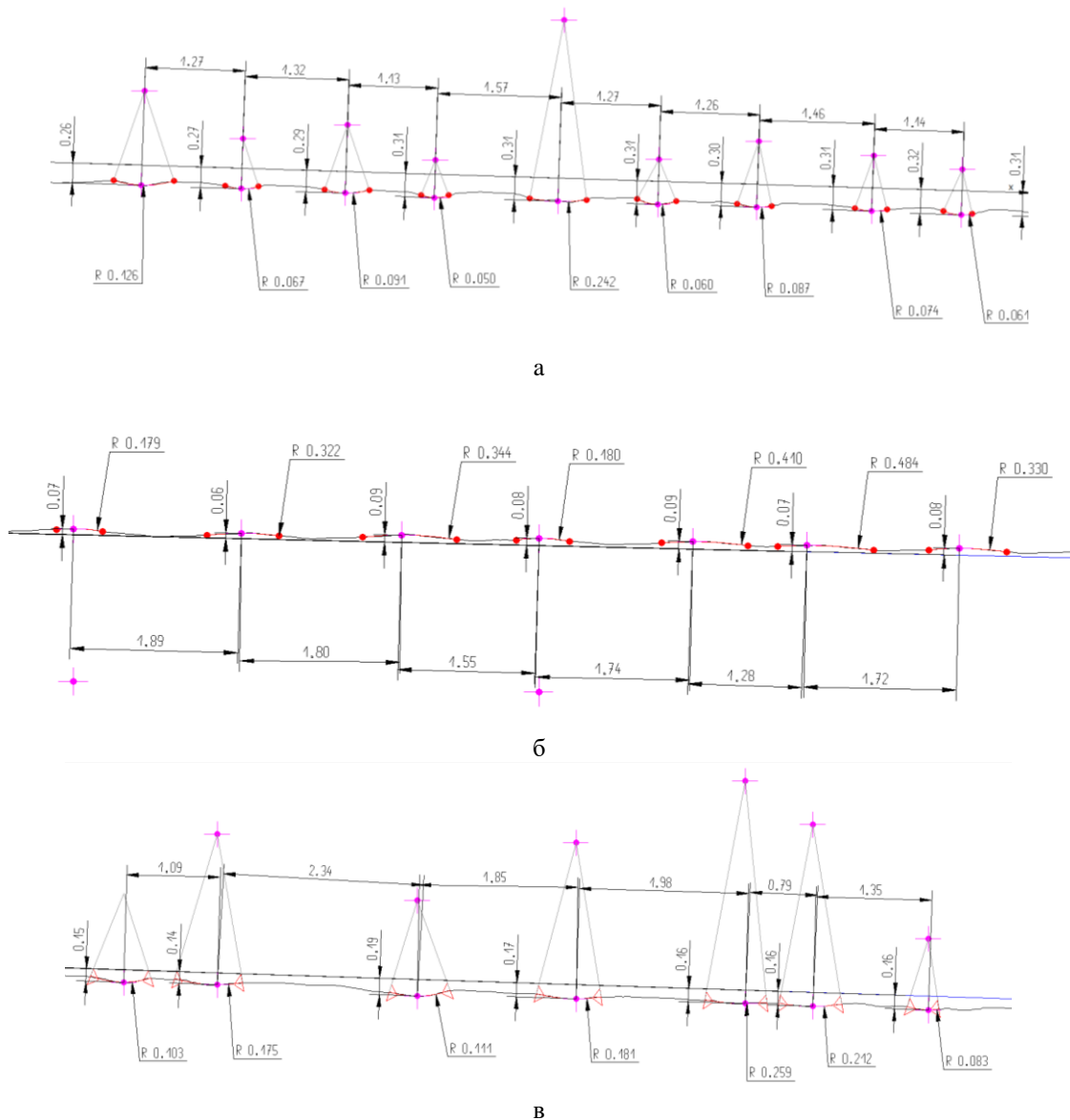


Рис. 3. Волнограммы поверхности ($\times 10^3$ мкм): а – волнограмма образца №1; б – волнограмма образца №2; в – волнограмма образца №3
Fig. 3. Surface waveforms ($\times 10^3$ μm): а is a waveform of sample No. 1; б is a waveform of sample No. 2; в is a waveform of sample No. 3

Также получены фотографии поверхности со шкивов, демонстрирующие качественный характер волнистости (рис. 4). Фотографии получены при помощи цифрового микроскопа GVD с увеличением 1500 раз. Имеющиеся неоднородности на структуре поверхности могут косвенно указывать на наличие автоколебаний, которые присутствуют на всех рассматриваемых плоскостях. Эти автоколебания характеризуются высокой частотой и низкой амплитудой, поэтому на фотографиях с цифрового микроскопа они незаметны по сравнению с оставленным следом резца. Характер их влияния на микрогеометрию шкива детальнее рассмотрен на волнограммах.

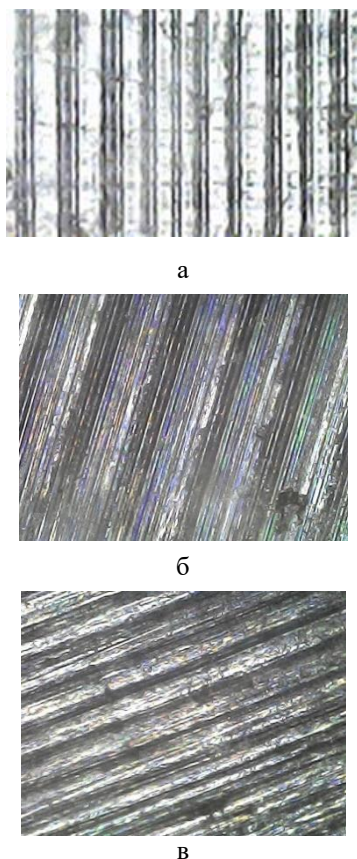


Рис. 4. Фотографии поверхности ($\times 1500$): а – образец №1; б – образец №2; в – образец №3

Fig. 4. Photographs of the surface ($\times 1500$): a is sample No. 1; б is sample No. 2; в is sample No. 3

В соответствии с уравнением (19) получены следующие диапазоны значений амплитуды автоколебаний A :

- образец №1 $A \in 9-54$ мкм;
- образец №2 $A \in 10-58$ мкм;
- образец №3 $A \in 11-65$ мкм.

Характер изменений значений амплитуды автоколебаний A от частоты f для каждой из трех скоростей резания, использованных в эксперименте, показан на рис. 5. Зависимости носят степенной (гиперболический) характер, при возрастании частот до 300 Гц значения амплитуды автоколебаний становятся примерно равными, независимо от скоростей резания v_0 , что мо-

жет свидетельствовать о переходе процесса формирования волнистости к процессу формирования шероховатости поверхности.

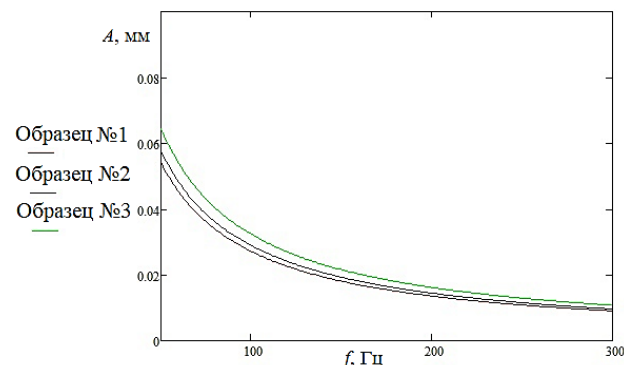


Рис. 5. Значение амплитуд автоколебаний A от частоты f

Fig. 5. The value of amplitudes of self-oscillations A for frequency f

Результаты полученных экспериментальных средних значений высотного параметра волнистости W_z , а также теоретические значения волнистости по формуле Жаркова (3) приведены в табл. 3. В данном исследовании для прогнозной оценки волнистости от амплитуды автоколебаний выбрана формула Жаркова, так как его исследования основывались на точении, и уже установлены эмпирические коэффициенты для аналогичного материала, из которого изготовлены шкивы.

Таблица 3. Результаты исследования микропрофиля шкивов

Table 3. Results of the study on the pulley microprofile

Параметр волнистости	Образец №1	Образец №2	Образец №3
Экспериментальное значение высоты волнистости W_z , мкм	66	117	179
Теоретическое значение высоты волнистости W_z , мкм	14-81	16-86	18-97

Расхождение экспериментальных и теоретических результатов свидетельствуют о том, что волнистость поверхности является результатом не только колебательного процесса при резании, но также следствием геометрических параметров режущего инструмента (в данном случае углов резца). Данное направление является результатом дальнейших исследований.

Анализ полученных результатов позволил судить об адекватности предлагаемого подхода для прогнозирования значений амплитуд автоколебаний. Также результаты исследований позволяют осуществлять научно обоснованный выбор режимов резания ответственных поверхностей деталей машин с учётом требуемых параметров волнистости.

Заключение

Таким образом, в данной статье предложен аналитический подход для определения амплитуды автоколебаний из уравнения коэффициента изменения стойкости резца. Коэффициент износостойкости определяется параметрами технологической обработки и зависит от амплитуды автоколебаний режущего инструмента. Параметры автоколебаний металлорежущего инструмента в процессе токарной обработки формируют параметры качества поверхностного слоя деталей машин, в данном случае шкивов бесступенчатой трансмиссии. Амплитуда автоколебаний может быть определена из коэффициента износостойкости режущего инструмента. В данной работе предложен подход для определения волнистости поверхности путём аналитической оценки амплитуды автоколебаний в процессе обработки в зависимости от режимов резания, а также определены и описаны их решения относительно амплитуды в виде корней полиномов. В качестве экспериментальной проверки методики расчета формируемой волнистости в зависимости от значения амплитуды автоколебаний были изготовлены шкивы вариатора. Оценка полученного микропрофиля производилась посредством снятия волнограмм. Произведено сравнение расчетных значений высотных параметров волнистости и значений, полученных на практике.

Список источников

1. Дроздов Н.А. К вопросу о вибрациях станка при токарной обработке // Станки и инструмент. 1937. №22. С. 21-25.
2. Каширин А.И. Исследование вибраций при резании металлов. М.; Л.: Изд-во Акад. наук СССР, 1944. 132 с.
3. Соколовский А.П. Жесткость в технологии машиностроения. М.; Л.: Изд. и 1-я тип. Машгиза в Лгр., 1946. 207 с.
4. Gugulothu S., Pasam V.K. Optimizing Multi-Response Parameters in Turning of AISI1040 Steel Using Desirability Approach // International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences. 2019, vol. 4, no. 4, pp. 905-921. DOI: <https://dx.doi.org/10.33889/IJMEMS.2019.4.4-072>
5. Generalova A., Zverovshchikov A., Nikulin A. Surface undulation parameters of continuously variable transmission friction during turning // Journal of King Saud University – Engineering Sciences. 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2022.06.001>.
6. Генералова А.А., Зверовщиков А.Е., Никулин А.А. Влияние автоколебаний в процессе токарной обработки на формирование волнистости шкивов автомобильных вариаторов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2022. №4. С. 108-121. DOI: 10.21685/2072-3059-2022-4-9
7. Лоповок Т.С. Волнистость поверхности и ее измерение. М.: Изд-во стандартов, 1973. 184 с.
8. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1986. 179 с.
9. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков. М.: Машиностроение, 1978. 199 с.
10. Martinova L.I., Grigoryev A.S., Sokolov S.V. Diagnostics and Forecasting of Cutting Tool Wear at CNC Machines // Autom. RemoteControl. 2012, vol. 73, no. 4, pp. 742-749.
11. A Tool Condition Monitoring System Based on Low-Cost Sensors and an IoT Platform for Rapid Deployment / Johanna M.F. et al. // Processes. 2023, vol. 11, no. 3, p. 668. DOI: <https://doi.org/10.3390/pr11030668>
12. Displacements Analysis of Self-Excited Vibrations inTurning / Bisu C.D. et al. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2009, vol. 44, no. 1-2, pp. 1-16.
13. Prediction of Cutting Material Durability by T = f(vc) Dependence for Turning Processes / Jozef Zajac et al. // Processes. 2020, vol. 8, p. 789. DOI: 10.3390/pr8070789
14. Dynamic characterization of machining systems / Zapciu M. et al. // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2011, no. 57, pp. 73-83. DOI: 10.1007/s00170-011-3277-7
15. Molchanov A., Zaytzev A.N., Alexandrova Yu. P. Identification of the self-oscillating mode in metal-cutting machines in the production of agricultural machinery // VIII International Conference on Advanced Agritechnologies, Environmental Engineering and Sustainable Development. Krasnoyarsk, 2023, vol. 390. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202339006009>
16. Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal cutting mechanics, machine tool vibrations and CNC design. New York, 2000. 286 p.
17. Synthetic Minority Oversampling Enhanced FEM for Tool Wear Condition Monitoring / Yuqing Zhou et al. // Processes. 2023, vol. 11, no. 6, pp. 1785. DOI: 10.3390/pr11061785
18. Tool Wear Condition Monitoring Based on a Two-layer Angle Kernel Extreme Learning Machine using Sound Sensor for Milling Process / Zhou Y.Q. et al. // Journal of Intelligent Manufacturing. 2022, vol. 33, pp. 247-258.
19. Korendysev G. An approach to modeling self-oscillations during metal machining based on a finite-element model with small amount of computing resources // Vibroengineering PROCEDIA. 2020, vol. 32, pp. 6-12. DOI: 10.21595/vp.2020.21437
20. Prospects for the use of vibration during cutting material / Omelyanov O. // Vibrations in Engineering and Technology. 2021, vol. 1, pp. 10. DOI: 10.37128/2306-8744-2021-1-10
21. Yilmaz B., Karabulut Ş., Cüllü A. A review of the chip breaking methods for continuous chips in turning // Journal of Manufacturing Processes. 2020, vol. 49, pp. 50-69. DOI: 10.1016/j.jmapro.2019.10.026

22. Леонов С.Л., Зиновьев А.Т. Основы создания имитационных технологий прецизионного формообразования. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2006. 198 с.
23. Sokolova I.D., Beckel L.S., Pilipushko A.Y. Mathematical model of changing the combined cutting tool durability // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021, vol. 1047, Iss. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/1047/1/012013
24. Vasilkov D., Tarikov I.Y., Nikitin A.V. The Dynamics of Contact Interaction during the Cutting Process // International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences. 2019, vol. 4, no. 5, pp. 1218-1227. DOI: 10.33889/IJMEMS.2019.4.5-096
25. Influence of cutting modes on wear resistance of cutters and accuracy of fine boring of steels / Orgiyana A. et al. // Proceedings of Odessa Polytechnic University. 2021, vol. 2, no. 64, pp. 13-21.
26. Taylor F. On the Art of Cutting Metals. Kindle Edition, 2017. 564 p.
27. Резание материалов. Режущий инструмент: учебник для среднего профессионального образования. В 2-х ч. Ч. 2 / С.Н. Григорьев [и др.]; под общ. ред. Н.А. Чемборисова. М.: Издательство Юрайт, 2023. 246 с.
28. Аршинов В.А., Алексеев Г.А. Резание металлов и режущий инструмент: учебник для машиностроит. техникумов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.
29. Evaluation of tool life and workpiece surface roughness in turning of AISI D6 hardened steel using PCBN tools and minimum quantity of lubricant (MQL) applied at different directions / Bonfá M.C. et al. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2019, vol. 103, pp. 971-984. DOI: 10.1007/s00170-019-03619-z
30. Rashed R. The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra. Boston: Springer Science & Business Media, 1994. 600 p.
31. Riley K.F., Hobson M.P., Bence S.J. Mathematical methods for physics and engineering. New York: Cambridge University Press, 2006. 1363 p.
32. Davis P.J. Leonhard Euler's Integral: A Historical Profile of the Gamma Function // American Mathematical Monthly. 1959, vol. 66, no. 10, pp. 849-869. DOI: 10.2307/2309786
33. Pearson K. Historical note on the origin of the normal curve of errors // Biometrika. 1924, vol. 16, no. 3, pp. 402-404.
34. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т. 1 / под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1986. 656 с.
35. Fraleigh J.B. A First Course in Abstract Algebra, 7th ed. MA: Addison-Wesley, 2002. 544 p.
36. Mishina A.P. Higher Algebra: Linear Algebra, Polynomials, General Algebra. Oxford: Pergamon Press, 1965. 274 p.
37. Gorroochurn P. Some Laws and Problems of Classical Probability and How Cardano Anticipated Them // Chance. 2012, vol. 25, no. 4, pp. 13-20. DOI: 0.1080/09332480.2012.752279
38. Generalova A.A., Nikulin A.A. Increasing the Vehicle's Dynamic Performance by Developing a Continuously Variable Transmission // Journal of Engineering and Applied Sciences. 2019, vol. 14, pp. 6866-6875. DOI: 10.3923/jeasci.2019.6866.6875
39. Zverovshchikov A.E., Generalova A.A., Nikulin A.A. Ensuring the performance characteristics of a friction V-belt variator // Journal of Physics: Conference Series. 2020, vol. 1679. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/4/042079
40. Генералова А.А., Зверовщиков А.Е., Никулин А.А. Исследование влияния микропрофиля фрикционных элементов вариатора на коэффициент трения в зоне контакта и коэффициент полезного действия передачи // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2023. №3. С. 154-172. DOI: 10.21685/2072-3059-2023-3-12

References

1. Drozdov N.A. On the issue of machine vibrations during turning. *Stanki i instrument* [Machines and Tools]. 1937;(22): 1-25. (In Russ.)
2. Kashirin A.I. *Issledovanie vibratsii pri rezanii metallov* [Study on vibrations during metal cutting]. Moscow, Leningrad: Academy of Sciences of the USSR, 1944, 132 p. (In Russ.)
3. Sokolovsky A.P. *Zhestkost v tekhnologii mashinostroeniya* [Rigidity in mechanical engineering technology]. Moscow, Leningrad: Mashgiz in Leningrad, 1946, 207 p. (In Russ.)
4. Gugulothu S., Pasam V.K. Optimizing multi-response parameters in turning of AISI1040 steel using desirability approach. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*. 2019;4(4):905-921. DOI: <https://dx.doi.org/10.33889/IJMEMS.2019.4.4-072>
5. Generalova A., Zverovshchikov A., Nikulin A. Surface waviness parameters of continuously variable transmission friction during turning. *Journal of King Saud University – Engineering Sciences*, 2022. <https://doi.org/10.1016/j.jksues.2022.06.001>
6. Generalova A.A., Zverovshchikov A.E., Nikulin A.A. The influence of self-oscillations in the turning process on the formation of waviness of pulleys of automobile continuously variable transmissions. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhsky region. Tekhnicheskie nauki* [News of Higher Educational Institutions. Volga Region. Technical Sciences]. 2022;(4):108-121. (In Russ.) DOI:10.21685/2072-3059-2022-4-9
7. Lopovok T.S. *Volnistost poverkhnosti i ee izmerenie* [Surface waviness and its measurement]. Moscow: Publishing House of Standards, 1973, 184 p. (In Russ.)

8. Zharkov I.G. *Vibratsii pri obrabotke lezviynym instrumentom* [Vibrations when machining with a cutting tool]. Leningrad: Mashinostroenie. Leningrad Branch, 1986, 179 p. (In Russ.)
9. Kedrov S.S. *Kolebaniya metallovezhushchikh stankov* [Vibrations of metal-cutting machines]. Moscow: Mashinostroenie, 1978, 199 p. (In Russ.)
10. Martinova L.I., Grigoryev A.S., Sokolov S.V. Diagnostics and forecasting of cutting tool wear at CNC machines. *Autom. RemoteControl*. 2012;73(4):742-749.
11. Johanna M.F. et al. A tool condition monitoring system based on low-cost sensors and an IoT platform for rapid deployment. *Processes*. 2023;11(3):668. <https://doi.org/10.3390/pr11030668>
12. Bisu C.D. et al. Displacements analysis of self-excited vibrations in turning. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2009;44(1-2):1-16.
13. Jozef Zajac et al. Prediction of cutting material durability by $T = f(v_c)$ dependence for turning processes. *Processes*. 2020;8:789. DOI: 10.3390/pr8070789
14. Zapciu M. et al. Dynamic characterization of machining systems. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2011;(57):73-83. DOI: 10.1007/s00170-011-3277-7
15. Molchanov A., Zaytzev A.N., Alexandrova Yu.P. Identification of the self-oscillating mode in metal-cutting machines in the production of agricultural machinery. VIII International Conference on Advanced Agritechnologies, Environmental Engineering and Sustainable Development. Krasnoyarsk, 2023, vol. 390. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202339006009>
16. Altintas Y. *Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*. New York, 2000, 286 p.
17. Yuqing Zhou et al. Synthetic minority oversampling enhanced FEM for tool wear condition monitoring. *Processes*. 2023;11(6):1785. DOI: 10.3390/pr11061785
18. Zhou Y.Q. et al. Tool wear condition monitoring based on a two-layer angle kernel extreme learning machine using sound sensor for milling process. *Journal of Intelligent Manufacturing*. 2022;33:247-258.
19. Korendyasev G. An approach to modeling self-oscillations during metal machining based on a finite-element model with small amount of computing resources. *Vibroengineering PROCEDIA*. 2020;32:6-12. DOI: 10.21595/vp.2020.21437
20. Omelyanov O. Prospects for the use of vibration during cutting material. *Vibrations in Engineering and Technology*. 2021;1:10. DOI: 10.37128/2306-8744-2021-1-10
21. Yilmaz B., Karabulut Ş., Cüllü A. A review of the chip breaking methods for continuous chips in turning. *Journal of Manufacturing Processes*. 2020;49:50-69. DOI: 10.1016/j.jmapro.2019.10.026
22. Leonov S.L., Zinoviev A.T. *Osnovy sozdaniya imitatsionnykh tekhnologiy pretsizionnogo formoobrazovaniya* [Fundamentals of creating simulation technologies of precision shaping]. Barnaul: Publishing House of Altai State Technical University, 2006, 198 p. (In Russ.)
23. Sokolova I.D., Beckel L.S., Pilipushko A.Y. Mathematical model of changing the combined cutting tool durability. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2021;1047(1). DOI: 10.1088/1757-899X/1047/1/012013
24. Vasilkov D., Tarikov I.Y., Nikitin A.V. The dynamics of contact interaction during the cutting process. *International Journal of Mathematical, Engineering and Management Sciences*. 2019;4(5):1218-1227. DOI: 10.33889/IJMEMS.2019.4.5-096
25. Orgiyan A. et al. Influence of cutting modes on wear resistance of cutters and accuracy of fine boring of steels. *Proceedings of Odessa Polytechnic University*. 2021;2(64):13-21.
26. Taylor F. *On the art of cutting metals*. Kindle Edition, 2017, 564 p.
27. Grigoriev S.N. et al. *Rezanie materialov. Rezhushchiy instrument: uchebnik dlya srednego professionalnogo obrazovaniya. V 2-kh ch. Ch. 2* [Cutting materials. Cutting tools: textbook for secondary vocational education. In 2 parts. Part 2]. Moscow: Publishing House of Yurait, 2023, 246 p. (In Russ.)
28. Arshinov V.A., Alekseev G.A. *Rezanie metallov i rezhushchiy instrument: uchebnik dlya mashinostroit. tekhnikumov* [Metal cutting and cutting tools: textbook for mechanical engineering colleges]. Moscow: Mashinostroenie, 1968, 480 p. (In Russ.)
29. Bonfá M.C. et al. Evaluation of tool life and workpiece surface roughness in turning of AISI D6 hardened steel using PCBN tools and minimum quantity of lubricant (MQL) applied at different directions. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019;103:971-984. DOI: 10.1007/s00170-019-03619-z
30. Rashed R. *The development of Arabic mathematics: Between arithmetic and algebra*. Boston: Springer Science & Business Media, 1994, 600 p.
31. Riley K.F., Hobson M.P., Bence S.J. *Mathematical methods for physics and engineering*. New York: Cambridge University Press, 2006, 1363 p.
32. Davis P.J. Leonhard Euler's integral: A historical profile of the gamma function. *American Mathematical Monthly*. 1959;66(10):849-869. DOI: 10.2307/2309786
33. Pearson K. Historical note on the origin of the normal curve of errors. *Biometrika*. 1924;16(3):402-404.
34. Kosilova A.K., Meshcheryakov R.K. *Spravochnik tekhnologa-mashinostroitelya. V 2-kh t. T. 1* [Handbook of a mechanical engineering technologist. In 2 volumes. Vol. 1]. Moscow: Mashinostroenie, 1986, 656 p. (In Russ.)
35. Fraleigh J.B. *A first course in abstract algebra*. MA: Addison-Wesley, 2002, 544 p.

36. Mishina A.P. Higher algebra: Linear algebra, polynomials, general algebra. Oxford: Pergamon Press, 1965, 274 p.
37. Gorroochurn P. Some laws and problems of classical probability and how Cardano anticipated them. *Chance*. 2012; 25(4):13-20. DOI: 0.1080/09332480.2012.752279
38. Generalova A.A., Nikulin A.A. Increasing the vehicle's dynamic performance by developing a continuously variable transmission. *Journal of Engineering and Applied Sciences*. 2019;14:6866-6875. DOI: 10.3923/jeasci.2019.6866.6875
39. Zverovshchikov A.E., Generalova A.A., Nikulin A.A. Ensuring the performance characteristics of a friction V-belt variator. *Journal of Physics: Conference Series*. 2020;1679. DOI: 10.1088/1742-6596/1679/4/042079
40. Generalova A.A., Zverovshchikov A.E., Nikulin A.A. Study on the effect of the microprofile of the friction elements of the continuously variable transmission on the coefficient of friction in the contact zone and efficiency of the transmission. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhsky region. Tekhnicheskie nauki* [News of Higher Educational Institutions. Volga Region. Technical Sciences]. 2023;(3):154-172. (In Russ.) DOI: 10.21685/2072-3059-2023-3-12

Поступила 17.10.2023; принята к публикации 25.12.2023; опубликована 28.03.2024
Submitted 17/10/2023; revised 25/12/2023; published 28/03/2024

Генералова Александра Александровна – кандидат технических наук, доцент,
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.
Email: generalova_aa@mail.ru. ORCID 0000-0002-3900-619X

Никулин Артём Анатольевич – инженер-исследователь,
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.
Email: artem.nikulin2003@yandex.ru. ORCID 0000-0003-1834-6053

Бычков Дмитрий Сергеевич – инженер-исследователь,
Пензенский государственный университет, Пенза, Россия.
Email: deciptikon@mail.ru. ORCID 0000-0003-1648-2289

Aleksandra A. Generalova – PhD (Eng.), Associate Professor,
Penza State University, Penza, Russia.
Email: generalova_aa@mail.ru. ORCID 0000-0002-3900-619X

Artem A. Nikulin – Researcher Engineer,
Penza State University, Penza, Russia.
Email: artem.nikulin2003@yandex.ru. ORCID 0000-0003-1834-6053

Dmitrii S. Bychkov – Researcher Engineer,
Penza State University, Penza, Russia.
Email: deciptikon@mail.ru. ORCID 0000-0003-1648-2289