

УДК 621.7

НАПРЯЖЕНИЕ ВОЛОЧЕНИЯ СПЛОШНЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Трофимов В.Н., Кузнецова Т.В., Панин Ю.В., Шардин А.А.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия

Аннотация. При проектировании процесса волочения профилей прямоугольного сечения удобно использовать аналитические выражения, позволяющие оперативно оценивать влияние разных технологических факторов. Использование волочильного инструмента с оптимальными углами позволяет снизить энергозатраты, разрушение и дефектность заготовки.

Получены аналитические соотношения, позволяющие определить напряжение волочения прямоугольных профилей при произвольных соотношениях сторон профиля заготовки до и после волочения. Рассмотрены частные случаи определения напряжения волочения прямоугольных профилей.

Ключевые слова: прямоугольный профиль, напряжение волочения, волочильный инструмент, оптимальный угол.

Введение

Калиброванные профили прямоугольного сечения из чёрных и цветных металлов и сплавов, получаемые волочением, используются для изготовления призматических шпонок, торсионов токопроводящих шин, трансформаторов, электромагнитов и др.

Основной задачей при проектировании технологии волочения является достижение наилучших энергосиловых параметров процесса и снижение обрывности и дефектности заготовок для повышения качества готовой продукции.

Одним из направлений решения указанных задач является минимизация деформирующих усилий – усилия или напряжения волочения $\sigma_{вол}$ – за счёт выбора оптимальной геометрии канала волочильного инструмента.

Основная часть

Для определения напряжения волочения прямоугольного профиля авторы работы [1] рекомендуют использовать формулу для расчёта напряжения волочения круглого профиля, а вместо действительного угла канала волок α_v использовать приведенный угол α_n . Различие контактной площади при волочении прямоугольного профиля авторы [1] предлагают учитывать с помощью коэффициента $A = F_m/F_k$, где F_m – площадь контактной поверхности некруглого профиля; F_k – площадь контактной поверхности равновеликого профиля круглого сечения.

Существенным недостатком использования приведенного угла α_n является то, что из формулы для расчёта $\sigma_{вол}$ следует, что с увеличением длины калибрующей части канала волок l_k необходимо увеличивать угол канала волок α_v . Однако опыт волочения показывает, что данная тенденция имеет ограничение, так как с увеличением угла α_v и длины l_k увеличивается обрывность протягиваемых изделий вследствие ухудшения условий захвата смазки и роста напряжения волочения.

Кроме того, предлагаемые формулы рекомендуют использовать для расчёта напряжения волочения профилей, сечения которых до и после волочения подобны. Однако данное условие в реальных процессах не всегда выполнимо.

Предлагаемые формулы также не учитывают увеличения напряжения волочения за счёт дополнительных сдвигов частиц металла на входе и выходе канала волочильного инструмента.

При получении аналитических расчётных соотношений для определения $\sigma_{вол}$ прямоугольного профиля используем следующие допущения:

- канал волок имеет форму усеченной пирамиды, для которой соотношения сторон сечения до и после волочения не равны: $h_0/b_0 \neq h_1/b_1$;
- положение граней профиля канала волок определяется углами α_1 и α_2 ;
- границы зоны деформации плоские;

– деформируемый материал идеальный жесткопластический;

– напряжения $\sigma_x \approx \sigma_y$ и распределены равномерно по сечению заготовки;

– вследствие малых углов конусности канала волок ($\alpha_s \leq 15^\circ$) принимаем приближенное равенство осевых и нормальных контактных напряжений $\sigma_x \approx \sigma_y \approx \sigma_n$;

– условие пластичности с учётом знака нормальных напряжений имеет вид $\sigma_z + \sigma_n = \sigma_s$, где σ_z – продольное напряжение;

– на поверхности контакта нормальные и касательные контактные напряжения распределены равномерно по периметру сечения;

– контактные силы трения определяются законом Кулона: $\tau = f_n \sigma_n$.

Определим напряжение волочения на выходе из сужающейся части канала волоки по формуле

$$\sigma_0 = \sigma_1 + \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2, \quad (1)$$

σ_1 – напряжение, обусловленное деформацией металла в канале волоки; $\Delta\sigma_1$ и $\Delta\sigma_2$ – приращение продольного напряжения за счёт дополнительных сдвигов частиц металла на входе и выходе сужающейся части канала волоки.

Схема зоны деформации профиля в канале волоки показана на рис. 1.

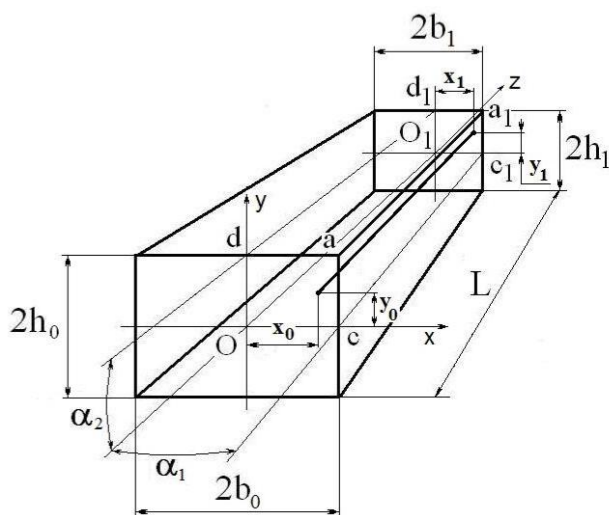


Рис. 1. Схема зоны деформации в сужающемся канале волоки

Вследствие осевой симметрии для определения напряжения $\sigma_{вол}$ достаточно рассмотреть

условия деформирования сектора, ограниченно плоскостями Osc_1O_1 и Odd_1O_1 , проходящими через ось канала перпендикулярно соответствующей грани (см. рис. 1).

Для определения напряжения σ_1 используем метод плоских сечений.

Из геометрических соотношений получим уравнения для определения ширины и высоты выделенного сектора:

$$b(z) = b_0 - z \cdot \operatorname{tg} \alpha_1; \quad h(z) = h_0 - z \cdot \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (2)$$

Составим дифференциальное уравнение равновесия для элемента длиной dz , выделенного в канале волоки (рис. 2), которое после преобразований имеет вид

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \sigma_z \frac{1}{F(z)} \frac{dF(z)}{dz} - \sigma_n \left(\frac{f_n + \operatorname{tg} \alpha_1}{b(z)} + \frac{f_n + \operatorname{tg} \alpha_2}{h(z)} \right) = 0, \quad (3)$$

где $F(z) = b(z)h(z)$ – площадь поперечного сечения сектора.

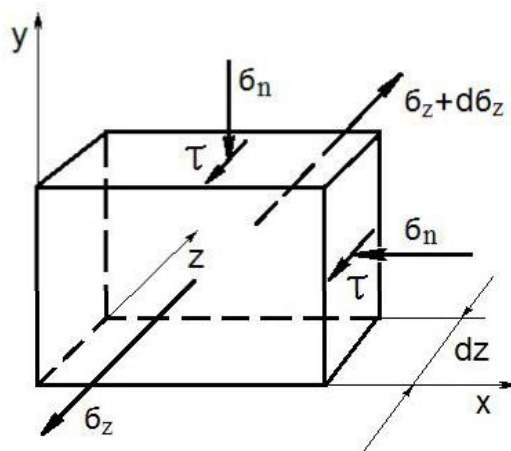


Рис. 2. Схема напряженного состояния элемента заготовки

С учётом соотношений (2), принятого условия пластичности и закона трения из уравнения (3) получим

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \sigma_z f_n \left(\frac{1}{b(z)} + \frac{1}{h(z)} \right) - \sigma_s \left(\frac{f_n + \operatorname{tg} \alpha_1}{b(z)} + \frac{f_n + \operatorname{tg} \alpha_2}{h(z)} \right) = 0. \quad (4)$$

Решение неоднородного дифференциально-

го уравнения (4) имеет вид

$$\sigma_z = b(z)^{a_1} h(z)^{a_2} \times \left[\int \sigma_s \left(\frac{f_n + tg\alpha_1}{b(z)} + \frac{f_n + tg\alpha_2}{h(z)} \right) \frac{1}{b(z)^{a_1} h(z)^{a_2}} dz + C_1 \right], \quad (5)$$

где $a_1 = f_n / tg\alpha_1$ и $a_2 = f_n / tg\alpha_2$.

Аналитическое решение интеграла в уравнении (5) отсутствует.

Для получения аналитического решения уравнения (4) перегруппируем его слагаемые и примем, что левая и правая части полученного выражения равны постоянной C_0 .

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_z}{dz} + \sigma_z \frac{f_n}{h(z)} - \sigma_s \frac{f_n + tg\alpha_2}{h(z)} &= C_0 = \\ &= -\sigma_z \frac{f_n}{b(z)} + \sigma_s \frac{f_n + tg\alpha_1}{b(z)}. \end{aligned}$$

Таким образом, для получения аналитического решения уравнения (4) необходимо получить решение системы

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\sigma_z}{dz} + \sigma_z \frac{f_n}{h(z)} - \sigma_s \frac{f_n + tg\alpha_2}{h(z)} &= C_0; \end{aligned} \right. \quad (6a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\sigma_z \frac{f_n}{b} + \sigma_s \frac{f_n + tg\alpha_1}{b} &= C_0. \end{aligned} \right. \quad (6б)$$

Решение дифференциального уравнения (6a) имеет вид

$$\sigma_z(z) = \sigma_s \frac{1+a_2}{a_2} + C_0 \frac{h(z)}{(a_2-1) \cdot tg\alpha_2} + C_1 h(z)^{a_2}. \quad (7)$$

Подставим C_0 (выражение (6б)) в (7) и определим C_1 , принимая граничные условия: $b|_{z=0} = b_0$; $h|_{z=0} = h_0$; $\sigma_z|_{z=0} = \sigma_q$ – напряжение противонапряжения.

$$\begin{aligned} C_1 = \frac{1}{h_0^{a_2}} \left\{ \sigma_q \left[1 + \frac{h_0}{b_0} \cdot \frac{f_n}{(a_2-1)tg\alpha_2} \right] - \right. \\ \left. - \sigma_s \left[\frac{1+a_2}{a_2} + \frac{h_0}{b_0} \cdot \frac{1+a_2}{a_2-1} \cdot \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) определим напряжение σ_1 ($\sigma_z|_{z=L} = \sigma_1$, $h|_{z=L} = h_1$, $b|_{z=L} = b_1$)

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 &= \frac{a_2-1}{a_2(1+k_1)-1} \times \\ &\times \left\{ \frac{1+a_2}{a_2} (1-\lambda_h^{-a_2}) + \frac{k_\alpha+a_2}{a_2-1} (k_1-k_0 \lambda_h^{-a_2}) \right\} + \dots \quad (9) \\ &\dots + \bar{\sigma}_q \frac{a_2(1+k_0)-1}{a_2(1+k_1)-1} \lambda_h^{-a_2} + 0,46 tg\alpha_2 (1+k_\alpha), \end{aligned}$$

где $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 / \sigma_s$; $\bar{\sigma}_q = \sigma_q / \sigma_s$ – относительное напряжение противонапряжения; $k_0 = h_0 / b_0$; $k_1 = h_1 / b_1$; $\lambda_h = h_0 / h_1$; $k_\alpha = tg\alpha_1 / tg\alpha_2$.

Для определения приращения продольного напряжения на входе в зону деформации σ_1 используем метод баланса мощностей, принимая, что мощность на приращение продольного напряжения равна мощности напряжений от дополнительного сдвига: $N_1 = N_{сдв}$.

Мощность напряжений от дополнительного сдвига определяется [2]

$$N_{сдв} = \tau_s \int_{F_0} |\Delta V''| dF, \quad (10)$$

где $\tau_s = \sigma_s / \sqrt{3}$ – сопротивление сдвигу; $\Delta V''$ – изменение составляющей скорости частицы параллельной поверхности разрыва (границы зоны деформации); F_0 – площадь сечения сектора заготовки на входе в зону деформации.

Мощность на приращение продольного напряжения равна

$$N_1 = \Delta\sigma_1 F_0 V_0. \quad (11)$$

Учитывая, что до границы зоны деформации составляющие скорости $V'' = 0$, а нормальная составляющая скорости частиц при переходе границы не изменяется (рис. 3), определим

$$\Delta V'' = \sqrt{(V_x'')^2 + (V_y'')^2} = V_0 \sqrt{tg^2\alpha_1' + tg^2\alpha_2'}. \quad (14)$$

Для определения углов α_1' и α_2' примем, что положение точек линии тока на границах и внутри зоны деформации определяется безразмерными координатами (см. рис. 1)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x_0 / b_0 = x_1 / b_1 = x / b(z); \\ \bar{y} &= y_0 / h_0 = y_1 / h_1 = y / h(z). \end{aligned} \quad (15)$$

Из соотношений (2) и (15) определим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha'_1 &= dx / dz = -\bar{x} \operatorname{tg} \alpha_1; \\ \operatorname{tg} \alpha'_2 &= dy / dz = -\bar{y} \operatorname{tg} \alpha_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя (14) и (16) в уравнения (10) и (11), получим

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\sigma}_1 &= \Delta \sigma_1 / \sigma_s = \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \int_0^1 \int_0^1 \sqrt{(\bar{x} \operatorname{tg} \alpha_1)^2 + (\bar{y} \operatorname{tg} \alpha_2)^2} d\bar{x} d\bar{y}. \end{aligned} \quad (17)$$

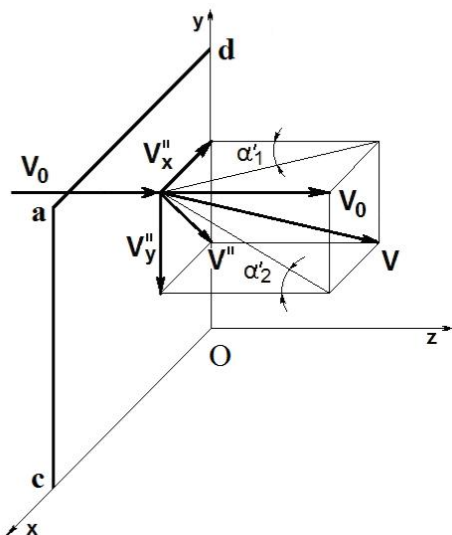


Рис.3. Схема для определения величины σ_1

Решение в квадратурах интеграла, входящего в уравнение (17), отсутствует. Однако анализ результатов численного решения показывает, что для реальных значений углов α_1 и α_2 его величина с достаточной точностью (погрешность не более 5%) может быть определена по формуле $0,4(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$.

Используя метод баланса мощностей, также можно показать, что $\Delta \sigma_1 = \Delta \sigma_2$.

Тогда напряжение на выходе из сужающейся части канала волокна с учётом (17) определится

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 &= \frac{a_2 - 1}{a_2(1 + k_1) - 1} \times \\ &\times \left\{ \frac{1 + a_2}{a_2} (1 - \lambda_h^{-a_2}) + \frac{k_\alpha + a_2}{a_2 - 1} (k_1 - k_0 \lambda_h^{-a_2}) \right\} + \dots \quad (18) \\ &\dots + \bar{\sigma}_q \frac{a_2(1 + k_0) - 1}{a_2(1 + k_1) - 1} \lambda_h^{-a_2} + 0,46 \operatorname{tg} \alpha_2 (1 + k_\alpha). \end{aligned}$$

Для учёта влияния калибрующей зоны кана-

ла волокна используем подход Емельяненко П.Т. и Альшевского Л.Е., когда контактное напряжение принимается максимально возможным и определяется из условия пластичности [1]. Тогда напряжение волочения определится [3]

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{вол} &= 1 - (1 - \bar{\sigma}_0) \exp(-\delta_\kappa) \approx \\ &\approx 1 - (1 - \bar{\sigma}_0)(1 - \delta_\kappa). \end{aligned} \quad (19)$$

В формуле (19) коэффициент δ_κ , характеризующий влияние калибрующей зоны, равен $\delta_\kappa = 2f_n(1 + k_1)L_\kappa / h_1$, где L_κ – длина калибрующей зоны.

Рассмотрим частные случаи применения формулы (18).

Случай 1. Формы сечения заготовки до и после волочения подобны.

В этом случае $k_0 = k_1 = k = h/b$. Учитывая соотношения (2), несложно показать, что $k_\alpha = 1/k$. Принимая $a_2 = f_n / \operatorname{tg} \alpha_2 = a$, преобразуем формулу (18):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 &= \Phi(1 - \lambda_h^{-a}) + \\ &+ \bar{\sigma}_q \lambda_h^{-a} + 0,46 \operatorname{tg} \alpha_2 (1 + 1/k), \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{где } \Phi = 1 + \frac{1 - 2a}{a} \cdot \frac{1}{1 - a(1 + k)}.$$

Принимая $\lambda_h^{-a} \approx 1 - a \ln \lambda_h$, упростим формулу (19) и после преобразований получим

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 &= \left[\frac{1 - 2a}{1 - a(1 + k)} + a(1 - \bar{\sigma}_q) \right] \ln \lambda_h + \\ &+ 0,46 \operatorname{tg} \alpha_2 (1 + 1/k) + \bar{\sigma}_q \end{aligned} \quad (20)$$

Случай 2. Сечение заготовки до и после волочения – квадрат.

В этом случае $k_0 = k_1 = 1$. Учитывая, что $k_\alpha = 1$, из формулы (18) получим

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{1 + a}{a} (1 - \lambda_h^{-a}) + \bar{\sigma}_q \lambda_h^{-a} + 0,92 \operatorname{tg} \alpha. \quad (21)$$

После упрощения формула (21) принимает вид

$$\bar{\sigma}_0 = \ln \lambda_h [1 + a(1 - \bar{\sigma}_q)] + 0,92 \operatorname{tg} \alpha + \bar{\sigma}_q. \quad (22)$$

Формулы (18)-(22) позволяют определить

оптимальные значения углов канала волоки α_{opt} , обеспечивающие минимальное значение напряжения волочения из условия $d\bar{\sigma}_{vol}/d\alpha$. При этом использование уравнений (18)-(21) ведёт к необходимости решения трансцендентных уравнений, что не позволяет получить аналитические выражения для определения значений α_{opt} . Однако уравнение (22) позволяет получить такое выражение

$$\alpha_{opt} = \arctg \left[1,043 \sqrt{f_n (1 - \bar{\sigma}_q) \ln \lambda_h} \right].$$

Выводы. Получены соотношения, позволяющие определить напряжение волочения прямоугольных профилей при произвольных соотношениях сторон профиля заготовки до и после волочения. Рассмотрены частные случаи определения напряжения волочения прямоугольных профилей.

Список литературы:

1. Перлин И.Л., Ерманок М.З. Теория волочения. М.: Metallurgy, 1971. 448 с.
2. Джонсон У., Кудо Х. Механика процесса выдавливания металла. М.: Metallurgy, 1965. 174 с.
3. Трофимов В.Н., Кузнецова Т.В., Мельникова Т.Е. // Изв. вузов. Чёрная металлургия. 2012. №7. С. 42-45.

INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

DRAWING FORCE OF SOLID RECTANGULAR SECTION PROFILES

Trofimov Viktor Nikolaevich – D.Sc. (Eng), Professor, Perm National Research Polytechnic University, Russia. Phone: +7 (342) 239-13-40. E-mail: tvn_perm@mail.ru.

Kuznetsova Tatyana Vladimirovna – Postgraduate Student, Perm National Research Polytechnic University, Russia. Phone: +7 (342) 239-13-40. E-mail: dpm@pstu.ru.

Panin Yury Valerevich – Postgraduate Student, Perm National Research Polytechnic University, Russia. Phone: +7 (342) 239-13-40. E-mail: dpm@pstu.ru.

Shardin Alexey Andreevich – Postgraduate Student, Perm National Research Polytechnic University, Russia. Phone: +7 (342) 239-13-40. E-mail: dpm@pstu.ru.

Abstract. When designing the process of rectangular profiles drawing, it is convenient to use analytical expressions to estimate promptly the influence of different technological factors. Using the drawing tool with optimal angles allows us to reduce power consumption, destruction and deficiency of a work-piece.

Formulas are obtained for calculation of drawing force and for determining the optimum angles of the channel of the drawing tool. It is shown that optimum angles depend on friction and extract coefficient.

Keywords: rectangular profile, pressure of drawing, the drawing tool, an optimum angle.

References

1. Perlin I.L., Ermanok M.Z. *Teoria volochenia* [Wire Drawing Theory]. Moscow: Metallurgy, 1971. 448 p.
2. Jonson U., Kudo H. *Mehanika processa vydavlivania metalla* [Mechanics of metal extrusion process]. Moscow: Metallurgy, 1965. 174 p.
3. Trofimov V.N., Kyznecova T.V., Melnikova T.E. *Izv. vuzov. Chernaya metallurgiya* [Proceedings of the universities. Ferrous metals]. 2012, no. 7, pp. 42-45.