## ЭНЕРГЕТИКА МЕТАЛЛУРГИИ, ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ

УДК 621.313.333.2:519.711.2

Омельченко Е.Я., Агапитов Е.Б., Моисеев В.О.

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Разработана 4-массовая термодинамическая математическая модель асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором и самовентиляцией, методика расчета коэффициентов теплопередачи между отдельными массами модели. Проведены исследования работы модели, выполненной в программе MATLAB.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, термодинамическая модель, методика расчета.

Developed a 4-mass thermodynamic mathematical model of induction motor with squirrel cage rotor and self venting. A method for calculating heat transfer coefficients between the individual masses of the model. The studies of the model, made in the program MATLAB. *Key words*: induction motor, thermodynamic model, method for calculating.

Температура обмоток, магнитопровода и элементов двигателей является ограничивающим фактором при их эксплуатации. Известны двухмассовые [1], трехмассовые [2] термодинамические модели двигателей, позволяющие рассчитывать температуру обмоток и элементов двигателя при различных механических нагрузках и скоростных режимах. Для уточненной проверки элементов двигателя по нагреву, исследованию нестационарных тепловых процессов, учитывая реальное распределение температур и тепловых потоков, предлагается четырехмассовая термодинамическая математическая модель закрытого асинхронного двигателя, которая, в свою очередь, может быть использована в более сложных моделях, например в статической математической модели электропривода.

Каждая выделенная масса представляется однородным телом со своей теплоемкостью и бесконечно большой внутренней теплопроводностью с равномерным распределением температуры по всему объему:

- 1. Корпус, вал двигателя и магнитопровод статора. Материал чугунное или алюминиевое литье и электротехническая сталь. Внутренняя теплогенерация определяется механическими потерями, потерями в стали статора и зависит от скоростного режима работы и способа управления напряжением статорной обмотки. Теплоотдача в виде конвекции и теплопередачи направлена в окружающую среду, зависит от температуры окружающей среды, внешней поверхности и способа охлаждения двигателя. Теплоприем в виде теплопередачи направлен к магнитопроводу от обмотки статора и от магнитопровода ротора к валу и корпусу двигателя.
- 2. Обмотка статора. Материал медь. Внутренняя теплогенерация определяется электрическими потерями, зависит от тока статора и температуры обмотки. Теплоотдача в виде теплопередачи направлена от обмотки к магнитопроводу и теплоприем в виде конвекции и теплопередачи от обмотки ротора к обмотке статора.
- 3. Обмотка ротора. Материал медь или алюминий. Внутренняя теплогенерация определяется электрическими потерями, зависит от тока ротора и

температуры обмотки. Теплоотдача в виде теплопередачи направлена от обмотки к магнитопроводу и в виде конвекции и теплопередачи направлена от обмотки ротора к обмотке статора.

4. Магнитопровод ротора. Материал — электротехническая сталь. Внутренняя теплогенерация определяется дополнительными потерями и потерями в стали ротора, зависит от просадки скорости. Теплоприем в виде теплопередачи направлен к магнитопроводу от обмотки ротора, а теплоотдача в виде теплопередачи направлена от магнитопровода к валу и корпусу двигателя.

Принимаются допущения:

- мощность теплового потока от корпуса двигателя (первая тепловая масса) в окружающую среду пропорциональна разности температур в первой степени и остальные массы для двигателя закрытого исполнения с окружающей средой никак не связаны;
- мощность теплового потока от одной массы к другой пропорциональна разности температур в первой степени.

При этих условиях и допущениях разработана схема тепловых потоков (рис. 1), в которой выделены потоки внутренней теплогенерации (светлые стрелки) и потоки теплопереноса между массами (темные стрелки). В соответствии со схемой тепловых потоков система дифференциальных уравнений теплового баланса четырехмассовой тепловой модели закрытого асинхронного двигателя может быть представлена в виде:

$$\begin{split} \frac{d\Theta_{1}}{dt} &= (\Delta P_{1C} + \Delta P_{MEX} - A_{10}(\Theta_{1} - \Theta_{0}) + \\ &+ A_{21}(\Theta_{2} - \Theta_{1}) + A_{41}(\Theta_{4} - \Theta_{1})) / C_{1}; \\ \frac{d\Theta_{2}}{dt} &= (\Delta P_{1M} - A_{21}(\Theta_{2} - \Theta_{1}) + A_{32}(\Theta_{3} - \Theta_{2})) / C_{2}; \\ \frac{d\Theta_{3}}{dt} &= (\Delta P_{2M} - A_{32}(\Theta_{3} - \Theta_{2}) - A_{34}(\Theta_{3} - \Theta_{4})) / C_{3}; \\ \frac{d\Theta_{4}}{dt} &= (\Delta P_{2C} + \Delta P_{0} + A_{34}(\Theta_{3} - \Theta_{4}) - A_{41}(\Theta_{4} - \Theta_{1})) / C_{4}; \end{split}$$

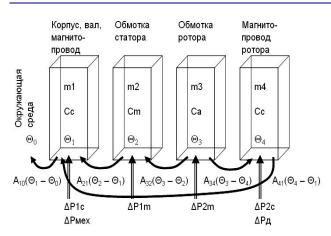


Рис.1. Схема тепловых потоков АД с самовентиляцией

В уравнениях (1):  $\Theta_i$  и  $C_i$  — температура и теплоемкость і массы;  $A_{ij}$  — коэффициент теплопередачи от i массы к j массе;  $A_{10}$  — коэффициент теплоотдачи от первой массы (корпус двигателя) в окружающую среду;  $\Theta_0$  — температура окружающей среды. Теплоемкость i элемента тепловой модели определяется его удельной теплоемкостью и массой  $C_i$  —  $c_i m_i$ . Суммарная теплоемкость двигателя равна сумме і теплоемкостей.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) представляется в виде системы интегральных уравнений:

$$\begin{split} \Theta_{l} = & \frac{1}{C_{l}} \int (\Delta P_{lC} + \Delta P_{M} - \Theta_{l}(A_{l0} + A_{21} + A_{41}) + \Theta_{0}A_{l0} + \Theta_{2}A_{21} + \Theta_{4}A_{41})dt + \Theta_{0}; \\ \Theta_{2} = & \frac{1}{C_{2}} \int (\Delta P_{lM} - \Theta_{2}(A_{21} + A_{32}) + \Theta_{1}A_{21} + \Theta_{3}A_{32})dt + \Theta_{0}; \\ \Theta_{3} = & \frac{1}{C_{3}} \int (\Delta P_{2M} - \Theta_{3}(A_{32} + A_{34}) + \Theta_{2}A_{32} + \Theta_{4}A_{34})dt + \Theta_{0}; \\ \Theta_{4} = & \frac{1}{C_{4}} \int (\Delta P_{2C} + \Delta P_{0} - \Theta_{4}(A_{34} + A_{41}) + \Theta_{3}A_{34} + \Theta_{1}A_{41})dt + \Theta_{0}. \end{split}$$

В соответствии с системой уравнений (2) разработана структурная схема математической тепловой модели АД (рис. 2), в которой входными переменными в качестве тепловых потоков внутренней теплогенерации выступают потери АД, а выходными переменными являются температуры выделенных масс. Начальные значения интегрирующих звеньев задаются равными температуре окружающей среды  $\Theta_0$  (пуск холодного двигателя) или другими значениями, определяемыми задачей исследования.

Система уравнений (1) включает в себя 4 уравнения теплового баланса, по которым необходимо рассчитать 5 коэффициентов теплопередачи. Для установившегося номинального режима ( $t \to \infty$ ;  $d / dt \to 0$ ) на основании данных класса обмоток по температуре, опыта работы и номинальных данных достаточно задаться установившимися значениями температур каждой массы  $\Theta_{iy}$ , и определить рациональное соотношение между двумя коэффициентами теплопередачи. В связи с этим формулы расчета коэффициентов теплопередачи принимают вид:

$$A_{10} = \Delta P_{\Sigma} / (\Theta_{1Y} - \Theta_{0});$$

$$A_{41} = 0, 1A_{10};$$

$$A_{21} = (A_{10}(\Theta_{1Y} - \Theta_{0}) - A_{41}(\Theta_{4Y} - \Theta_{1Y}) - -\Delta P_{1C} - \Delta P_{MEX}) / (\Theta_{2Y} - \Theta_{1Y});$$

$$A_{32} = -(\Delta P_{1M} - A_{21}(\Theta_{2Y} - \Theta_{1Y})) / (\Theta_{3Y} - \Theta_{2Y});$$

$$A_{34} = (\Delta P_{2M} - A_{32}(\Theta_{3Y} - \Theta_{2Y})) / (\Theta_{3Y} - \Theta_{4Y}).$$

$$(3)$$

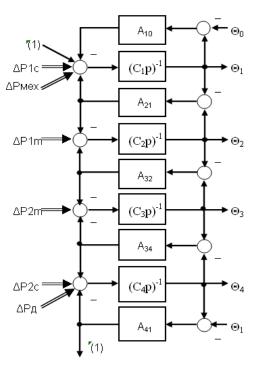


Рис.2. Структурная схема четырехмассовой тепловой модели АД

В результате несложных преобразований структурной схемы **рис.** 2 в программной среде *МАТLAВ* разработана расчетная структурная схема тепловой модели *Терlo4ad* (**рис.** 3), позволяющая выполнять расчет переходных процессов температуры выделенных масс АД при изменении всех составляющих потерь и температуры окружающей среды. Дополнительно в модели учитывается способ охлаждения двигателя и для сравнения моделируются переходные процессы в одномассовой тепловой модели. Звенья  $W_i$  описываются передаточной функцией апериодического звена первого порядка  $W_i = K_i / (T_i p + 1)$ , в которой p = d / dt — оператор дифференцирования. Значения элементов рассчитываются по формулам:

$$K_{11} = 1 / A_{10}; T_{11} = C_{\Sigma} K_{11};$$

$$K_{1} = (A_{10} + A_{21} + A_{41})^{-1}; T_{1} = c_{C} m_{1} K_{1};$$

$$K_{2} = (A_{21} + A_{23})^{-1}; T_{2} = c_{M} m_{2} K_{2};$$

$$K_{3} = (A_{23} + A_{34})^{-1}; T_{3} = c_{A} m_{3} K_{3};$$

$$K_{4} = (A_{34} + A_{41})^{-1}; T_{4} = c_{C} m_{4} K_{4}.$$

$$(4)$$

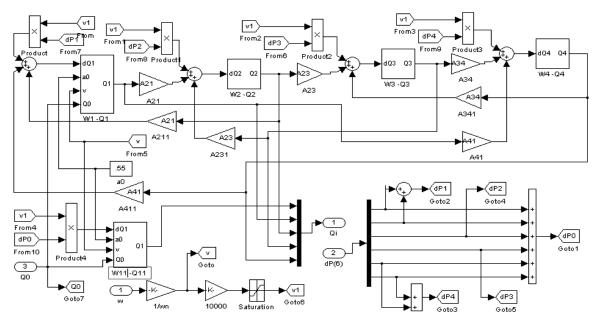


Рис.3. Расчетная структурная схема тепловой модели Teplo4ad

Под индексом i=11 подразумевается одномассовая тепловая модель АД. В звеньях W1-Q1 и W0-Q11 для двигателя с самовентиляцией может быть задано изменение коэффициента теплопередачи  $A_{10}$  в функции угловой скорости вращения по уравнению

$$A_{10}(\omega) = A_{10N}(a_O + (1 - a_O)abs(\omega / \omega_N)),$$

где  $a_{\theta}$  — коэффициент ухудшения охлаждения [3] ( $a_{\theta}$ =1 для двигателей с принудительной вентиляцией,  $a_{\theta}$ =0,3-0,55 для двигателей с самовентиляцией).

В свернутой структурной схеме тепловой модели *Teplo4ad*, которая представлена на **рис. 4**, в качестве входных переменных используются составляющие потерь АД, а в качестве выходных переменных – 5-мерный массив температур перегрева.

В таблицу сведены результаты расчетов параметров тепловой модели для двигателя 4A160S4Y3. Расчеты выполнялись в соответствии со структурной схемой рис. 3 и по формулам (2) и (3). Масса алюминиевой короткозамкнутой обмотки ротора принимается 50% от массы медной обмотки статора. Установившаяся температура роторной обмотки на 10°C превышает установившуюся температуру статорной обмотки.

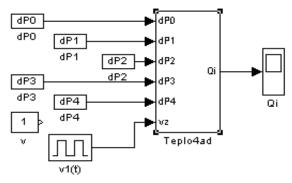


Рис.4. Свернутая структурная схема тепловой модели *Teplo4ad* 

На рис. 5 приведены переходные процессы температур элементов тепловой модели двигателя 4A160S4V3 при постоянных сопротивлениях статора и ротора для длительного номинального режима работы S1 (а), повторно-кратковременного режима S3 при ПВ=25% и времени цикла 10 мин (б) при температуре окружающей среды 40°C.

Результаты расчета коэффициентов тепловой модели

Параметр	Значения				
i	0	1	2	3	4
<i>с</i> <sub>i</sub> , Дж/кг/°С		481	385	896	481
<b>т</b> і, кг	135	72.072	9.92	4.96	48.048
<b>С</b> <sub>i</sub> , Дж/°С	66041	34666	3819	4444	23111
Θί	60	60	150	160	90
<b>ΔP</b> i, Βτ	1790.70	610.24	800.75	362.58	7.13
<b>Т</b> і, мин	12.29	5.32	3.16	5.35	30.36
<b>К</b> і, с*°С/Дж	0.01117	0.00922	0.04967	0.07222	0,07881
ij	10	21	32	34	41
<b>А</b> іј, Дж/с/°С	89.54	10.02	10.11	3.74	8.95

Анализ переходных процессов температур перегрева показал:

- в длительном режиме работы *S*1:
- установившиеся значения температур равны расчетным, максимальное значение 160°C соответствует обмотке ротора;
- время переходного процесса одномассовой модели не превышает 50 мин, что составляет  $4T_0$ ;
- время переходного процесса первой массы доходит до 100 мин, что значительно превышает время одномассовой модели;
- темп нагрева статорной обмотки выше, чем у роторной из-за разных постоянных времени нагрева  $(T_2 < T_3)$ ;
  - в повторно-кратковременном режиме S3:
  - квазиустановившийся тепловой режим в одномас-

совой модели наступает после 50 мин, а в многомассовой после 100 мин;

- в одномассовой модели температура колеблется от 47.5 до 50°C;
- у первой массы (корпус двигателя) температура колеблется от 52.5 до 55°C и немного больше, чем у одномассовой модели;
- у обмотки ротора (третья масса) температура колеблется от 70 до 80°С;
- у обмотки статора (вторая масса) температура колеблется от 65 до 87°С, нижняя температура меньше температуры обмотки ротора из-за более интенсивного охлаждения статора, а верхняя

температура выше из-за большей внутренней теплогенерации;

— у магнитопровода ротора (четвертая масса) температура перегрева изменяется, как у апериодического звена второго порядка, колебания не превышают 1°С из-за низкой внутренней теплогенерации и охлаждения через другие тепловые массы.

На основании полученных результатов можно сделать заключение, что разработанная тепловая модель качественно и количественно верно отражает внутренние тепловые процессы, происходящие в двигателе, методика расчета параметров модели достаточно проста, и с её помощью можно выполнять исследования более сложных тепловых режимов работы АД.

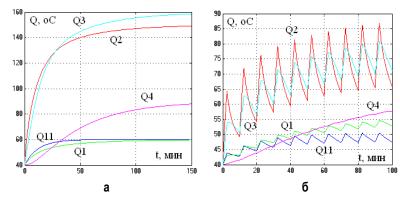


Рис.5. Переходные процессы в тепловой модели для длительного режима работы S1 (a) и повторно-кратковременного режима S3 (б)

## Список литературы

- Ключев В.И. Теория электропривода: учебник для вузов. М.: Энергоатомиздат, 1985. 560 с.
- Шрейнер Р.Т. Электромеханические и тепловые режимы асинхронных двигателей в системах частотного управления: учеб. пособие / Р.Т.Шрейнер, А.В.Костылев, В.К.Кривовяз, С.И.Шилин. Екатеринбург: Рос. гос. проф.-пед. ун-т, 2008. 361 с.
- Теория автоматизированного электропривода: учеб. пособие для вузов / Чиликин М.Г., Ключев В.И., Сандлер А.С. М.: Энергия, 1979. 616 с.

## **Bibliography**

- Kluchev V.I. Theory of electric drive: A textbook for universities. M.: Energoatomizdat, 1985. 560 p.
   Shreiner R.T. Electromechanical and thermal conditions of induction
- Shreiner R.T. Electromechanical and thermal conditions of induction engines in frequency control systems: a tutorial / R.T.Shreiner, A.V.Kosteilev, V.K.Krivovyaz, S.I.Shilin. Yekaterinburg: GOU VPO «Russian state professional-and-pedagogical university», 2008. 361 p.
- Theory of automatic electric drive: A tutorial for universities / Chilikin M.G., Kluchev V.I., Sandler A.S.: Energy, 1979. 616 p.